**学籍番号**　　　　　　　　　　**氏名**　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**得点**

2007.8.1 実施

# 水理学１　期末試験

■注意■

1. 水の密度$\rho$=1000kg/m$^3$，重力加速度 $g$＝9.8m/s$^2$，水の単位体積重量$\gamma=\rho g$＝9800N/m$^3$＝9.8kN/m$^3$とする．
2. 圧力はゲージ圧（大気圧=0）とし，単位はパスカル Pa=N/m$^2$で答えよ．
3. 1000 倍を表す k（キロ）を使用して良い．

**問題１　用語説明　（２０点）**　以下の問いに，用語･式を用いて文章で答えよ．

（1）損失の無い場合のベルヌイの定理とは何か説明せよ．　下記の空白を埋めるか，または，自分の言葉で文章で答えよ．（5点）

| |
|---|
| **穴埋め**：　ひとつの上$\boxed{\text{流線（流管）}}$の任意の 2 点において，$\boxed{\text{全水頭（全エネルギー）}}$が一定となる． |
| **自分の言葉で**：　（上記とおなじ意味ならば OK） |

（2）全水頭(全エネルギー）の3つの成分は何か，用語と式を用いて答えよ．各記号の説明も記すこと．（10 点）

| | 各成分を書くこと | | |
|---|---|---|---|
| 用語 | 速度水頭 | 圧力水頭 | 位置水頭 |
| 式： | $\dfrac{v^2}{2g}$ | $\dfrac{p}{\rho g}$ | $z_*$ |
| 記号の説明： | $v$:流速，　$g$:重力加速度，　$p$:圧力，　$\rho$:密度，$z_*$：基準面からの高さ | | |

(3)　以下のいずれかに答えよ．ただし，記入欄は，（3A)（3B)ともに共通である．（5 点）

（3A)　レイノルズ数の定義（式と記号の説明）を記せ．また，流れを層流と乱流に分類する境界となるレイノルズ数を限界レイノルズ数と呼ぶが，そのおよその数値はいくらか？さらに，「ある流れが乱流である」とは，そのレイノルズ数がその数値より大きい時か，小さい時か．答えよ．

（3B）　フルード数の定義を記せ．また，開水路の流れを射流と常流に分ける限界のフルード数の数値はいくらか？さらに，「ある流れが射流である」とはそのフルード数が，限界となるフルード数より大きいときか，小さいときか，答えよ．

| | |
|---|---|
| 解答する問題：　3A　･　3B　←　いずれかに〇を付すこと． | |
| 定義式：<br>3A:　$R_e = vD/\upsilon$<br>3B:　$Fr = v/\sqrt{gh}$ | 記号の定義：<br>3A:　$v$:流速，　$D$:管の内径(直径)，　$\nu$:（ニュー）動粘性係数<br>3B　:$v$:流速，　$g$:重力加速度，　$h$:水深 |
| 限界となる数値：<br>3A:　$Re$=2000　　3B:　$Fr$=1 | (3A)乱流は：<br>(3B)射流は：　$\boxed{\text{大きい}}$･小さい　（3A,3B ともに） |

## 問題２　平面に作用する全水圧（40 点）

図-1 のように，水没した長方形板（長さ $H$，奥行き $B$）に水圧が作用している．

以下の問いに答えよ．

(1)図中の，板の面積 $A$，重心 G の位置 $s_G$ および その水深 $h_G$ を，角度$\theta$, $s_1$, $H$ および $B$ を用いて表せ．

(2)全水圧 $P$ の大きさを記号･式で示せ．

(3)作用線の位置 $s_C$ および，$h_C$ を記号･式で表せ．

(4)各諸元の数値は，$\theta$=60°，$s_1$=4m，$H$=8m および $B$=3m である．これらを代入して，$P$，$s_C$ および $h_C$ を単位を付けて数値で求めよ．

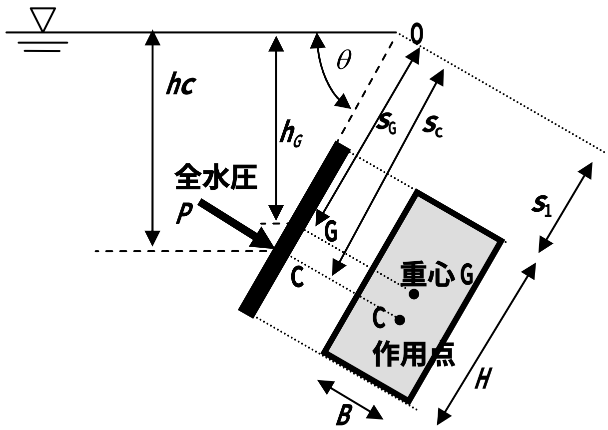



図-1

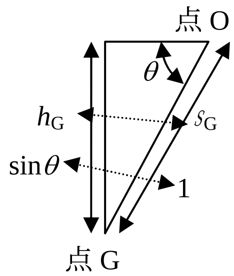
（解答例）

(1)

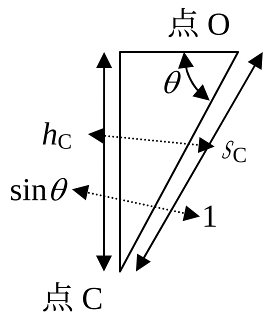
$A=BH$　　・・・①

$s_G=s_1+H/2$　　・・・②

$h_G=s_G\cdot\sin\theta$　（右図(a)より）　・・・③




説明図(a)




説明図（b）

(2)

全水圧の大きさ $P$ は，重心深さ $h_G$ での水圧 $p_G$ に，面積 $A$ をかけたものである．

$P=p_GA=\rho gh_GA$　　・・・④

(3)　O 点から面の方向に沿った作用点 C までの長さ $s_C$ は，公式より，

$$s_C=s_G+\frac{I_0}{s_G A}\quad\cdots⑤$$

である．ここに $I_0$ は，図形の重心周りの 2 次モーメントで，本問では長方形により，$I_0=BH^3/12$　であり，$A=BH$　より，（$s_C$ *に関してはここまででOK*）　最終的には，

$$s_C=s_G+\frac{BH^3/12}{s_G BH}=s_G+\frac{H^2}{12s_G}\quad\cdots⑤'$$

となる．

C 点の深さ $h_C$ は，右図（b）の三角形の関係から，

$h_C=s_C\cdot\sin\theta$　（右図(b)より）　・・・⑥

となる．

（5）　各数値を式①～⑥に順に代入してゆく．

$A=BH$　=3m×8m = 24m$^2$

$s_G=s_1+H/2$　=4m+8m/2=8m

$\sin\theta=\sin 60°=\sqrt{3}/2=0.866$

$h_G=s_G\cdot\sin\theta$　=8m×0.866＝6.93m

$P=\rho gh_GA$　=<u>9.8kN/m$^3$</u>×6.93m×24m$^2$

=1630kPa

$I_0=BH^3/12$　=3m×(8m)$^3$/12=128m$^4$

$$s_C=s_G+\frac{I_0}{s_G A}=8m+\frac{128m^4}{8m\times 24m^2}=8.67m$$

$h_C=h_C=s_C\cdot\sin\theta$　=8.67m×0.866 =7.51m

## 問題３　管路（ベルヌイ式，損失あり）（40 点）

図-2 のようなタンクと管路がある．エネルギー損失は，摩擦損失，入口損失，バルブ（弁）損失および出口損失を考え，曲がりによる損失は無視する．$f_e$, $f_v$ および $f_o$ はそれぞれ，流入，弁および流出の各形状損失係数である．以下の問いに答えよ．

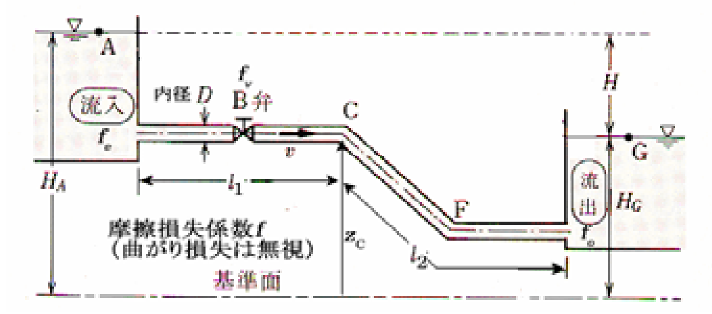



図-2

（1）この管路の中の速度水頭，流速 $v$ と流量 $Q$ を図中の各記号を用いて表せ．ただし，$H=H_A-H_G$ とし，最終的には水位差 $H$ を用いよ．

（2）管路等の諸元が表-1 のとおりであるとする．このときの速度水頭，流速 $v$ および流量 $Q$ を数値で答えよ．

（3）C 点の基準面からの高さが $z_C$=4m であるとする．C 点での圧力水頭と圧力 $p_C$ を数値で求めよ．

表-1

| |
|---|
| 管の内径 $D$=0.2m, |
| 摩擦損失係数 $f$=0.02, |
| 区間長 $l_1$=10m, $l_2$=10m, |
| 流入（入口）損失係数 $f_e$=0.5, |
| バルブ（弁）の損失係数 $f_v$=0.5, |
| 流出（出口）損失係数 $f_o$=1, |
| タンク A の水位 $H_A$=7m, |
| タンク G の水位 $H_G$=3m, |
| 水位差 $H$=4m |

（解答例）：以下は詳細な解説です．

（1）

A 点と G 点の間で，ベルヌイの定理（損失あり）を適用する．

**A 点での全水頭 $E_A$**
**＝G 点での全水頭 $E_G$ ＋ AG 間の損失水頭の合計**

・・・①

がベルヌイの定理である．以下に順に各項を表す．

タンク内の A 点の全水頭は $E_A=H_A$ である．なぜなら，速度水頭ゼロで，水面は大気圧であり $p_A=0$ であるから，全水頭は，

$E_A=v_A^2/2g$（速度水頭）＋$p_A/\rho g$(圧力水頭）＋$z_A$(位置水頭）$=z_A=H_A$

つまり

$E_A= H_A$ ・・・②

となる．

G 点の全水頭も同じ理由で，

$E_G= H_G$ ・・・③

となる．

最後に A-G 間の損失水頭の合計は，A-G 間の摩擦損失と，流入，弁（バルブ）および流出の形状（局所）損失の合計で，次式となる．

$$f\frac{l_1+l_2}{D}\frac{v^2}{2g}+f_e\frac{v^2}{2g}+f_v\frac{v^2}{2g}+f_o\frac{v^2}{2g}$$

$$=\left(f\frac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)\frac{v^2}{2g} \quad \cdots ④$$

以上，②～④を式①に代入すると，

$$H_A=H_G+\left(f\frac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)\frac{v^2}{2g}$$

$$\left(f\frac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)\frac{v^2}{2g}=H_A-H_G=H$$

$$\frac{v^2}{2g}=\frac{H}{\left(f\dfrac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)} \quad \cdots ⑤$$

$$v=\sqrt{\frac{2gH}{\left(f\dfrac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)}} \quad \cdots ⑥$$

$$Q=Av=\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gH}{\left(f\dfrac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)}} \quad ⑦$$

(2) 式⑥～⑦に値を代入する．

$$\frac{v^2}{2g}=\frac{H}{\left(f\,\dfrac{l_1+l_2}{D}+f_e+f_v+f_o\right)}$$

$$=\frac{4m}{0.02\dfrac{10m+10m}{0.2m}+0.5+0.5+0.1}=\frac{4m}{4}$$

$$=1m$$

$$v=\sqrt{2g\times 1m}=\sqrt{2\times 9.8m/s^2\times 1m}=4.43m/s$$

$$Q=Av=\frac{\pi D^2}{4}v=\frac{3.14\times(0.2m)^2}{4}4.43m/s$$
$$=0.139m^3/s$$

(3)

A 点と C 点の間で，ベルヌイの定理（損失あり）を適用する．

**A 点での全水頭 $E_A$**

**＝C 点での全水頭 $E_C$ ＋ AC 間の損失水頭の合計** ・・・⑧

がベルヌイの定理である．以下に順に各項を表す．

式②と同じで $E_A=H_A$ である．

C 点の全水頭 $E_C$ は異なる．管の途中であるから，速度水頭も位置水頭も残る．

$E_C=v^2/2g$（速）＋$p_C/\rho g$(圧）＋$z_C$(位） ・・・⑨

となる．

最後に A-C 間の損失水頭の合計は，A-C 間の摩擦損失（区間長 $l_1$ のみ）と，流入および弁（バルブ）の形状（局所）損失の合計で，次式となる．

$$f\frac{l_1}{D}\frac{v^2}{2g}+f_e\frac{v^2}{2g}+f_v\frac{v^2}{2g}$$
$$=\left(f\,\frac{l_1}{D}+f_e+f_v\right)\frac{v^2}{2g} \quad \cdots⑩$$

式⑧に式②，⑨，⑩を代入する．

$$H_A=\left(\frac{v^2}{2g}+\frac{p_C}{\rho g}+z_C\right)+\left(f\,\frac{l_1}{D}+f_e+f_v\right)\frac{v^2}{2g}$$

圧力水頭以外を左辺に移動し，速度水頭について整理する．

$$\frac{p_C}{\rho g}=H_A-z_C-\frac{v^2}{2g}-\left(f\,\frac{l_1}{D}+f_e+f_v\right)\frac{v^2}{2g}$$

これに各数値と，（2）で求めた速度水頭の値（1m）を代入すると，圧力水頭の値は，

$$\frac{p_C}{\rho g}=7m-4m-1m-(1+0.5+0.5)\times 1m=0m$$

となる．よって，C点の圧力 $p_C$ は，

$$p_C=\rho g\times 0m=0kPa$$

となる．

C1クラス（鷲見クラス）の得点の傾向

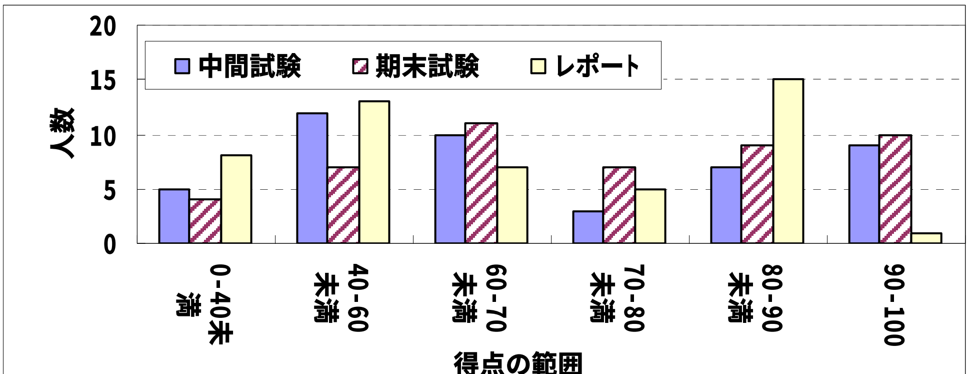


図　これまでの得点分布状況