水面形計算演習　（開水路）

1．理論式と計算手順

1．1　開水路 (跳水と水面形) の問題

河川や水路のデザインには，開水路水理学の知識が必要である．

雨が降るなどして，ある流量が発生して，開水路に流れ込む場合，水位がどこまで上がるのか，というのはデザインの上で基礎的な問題となる．それは単純な水路の設計だけではなく，多様な自然を配置しながら河道を設計する場合も，水深の推定が必要であることには変わりはない．また植物の配置によっても，抵抗によって水深は変わってくる．

今回の計算（演習）では，以下の 2 つについて，計算・確認を行う．

(1) 水面形がどこから決まってくるのかを学習する

(2) 水面形方程式を用いた水面形の計算

実験では，緩勾配の水面形，M_1 と M_2 の計測を行った．このカーブを，水面形方程式を用いて計算し再現できるかどうかを確認し，考察する．

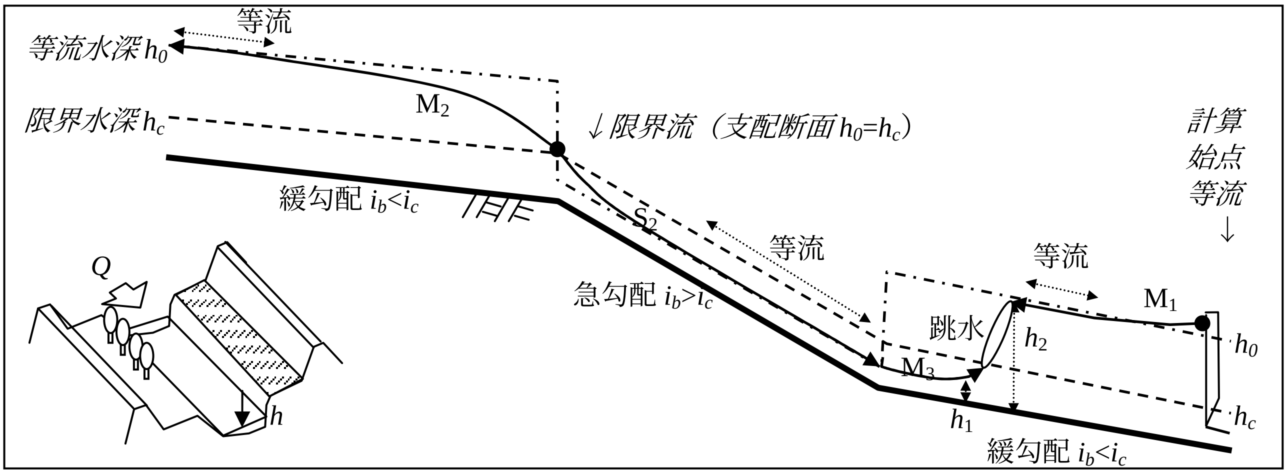


図-1　水路の水面形変化の例

１．２　水面形方程式と計算の手順

１．２．１　理論

水面形方程式は，エネルギー保存則または運動量保存則から求めることができるが，本授業ではその導出は講義しない．よってこの方程式からいかに計算するかについて，説明する．

水面形方程式は，広矩形断面（幅広の長方形）では次式で表せる．

水面形方程式は，水深の勾配 *dh*/*dx* を水深 *h* の関数で書いている．

水面形方程式（参考）：

$$\frac{dh}{dx}=i_b\frac{1-\left(h_0/h\right)^{10/3}}{1-\left(h_c/h\right)^3}\quad\text{（Manning 則）}\qquad(1)$$

ただし，式中の変数は以下の通り与える．

路床勾配：i_b

限界水深：　$h_c=\sqrt[3]{\dfrac{q^2}{g}}$　(2)

等流水深：　$h_0=\left(\dfrac{n^2q^2}{i_b}\right)^{3/10}$　(3)

（Manning 則の時，粗度係数 n 与える）数値がわかっているときは直接与える．

この式は，ある場所での水面の傾き（勾配 *dh/dx*）は，そこの水深 *h* の関数できまる，ということを示している．上流，あるいは下流で水深がわかっている場所があれば，そこから，その場所その場所の勾配を順に上下流につないでいけば，カーブが描ける．

（ここは数値計算の解説．図を理解してください．）

ここでは式が h の関数なので，次式のように逆数（分母分子を逆）にする方が計算しやすい．<u>x が h の関数であると思うこととして</u>，水深勾配の逆数

$$\boxed{\frac{dx}{dh}=f(h)=\frac{1}{i_b}\frac{1-\left(h_c/h\right)^3}{1-\left(h_0/h\right)^{10/3}}\quad\text{（Manning 則）}\quad(2)}$$

を既知の計算開始点（x_b，h_b）から積分するのが，古典的な水面形の計算法である．

この式を解析的（数学的に積分するのは難しく，x を h の関数で明示できないので，少しづつ水深を変化させながらつぎの x を計算してゆくという，逐次計算を行うことがある．

たとえば，下図のように，M2 カーブを下流から計算する場合，計算開始点付近の勾配が分かれば，少し高い水位（上流側）での位置が計算できる．さらに，計算が進んで，ある水深 h_i での位置が x_i であったなら，そこから Δh だけ高い水深 $h_{i+1}=h_i+\Delta h$ に対応する位置 x_{i+1} が計算できる．

この「次の水深 $h_{i+1}=h_i+\Delta h$ となる位置 x_{i+1}」を求めるには，式(3-2)をわずかに Δh だけ，つまり h_i から h_{i+1} までを積分すればよい．

$$x_{i+1}=x_i+\int_{h_i}^{h_{i+1}}\frac{dx}{dh}dh=x_i+\int_{h_i}^{h_{i+1}}f(h)dh\qquad(4\text{-}1)$$

また，その積分を近似する式として Simpson の 1/3 則がある．これが(4-2)の式である．

$$x_{i+1} \cong x_i + \frac{\Delta h}{6}\left\{ f(h_i + 4f(h_{i+1/2}) + f(h_{i+1}) \right\} \qquad (4\text{-}2)$$

関数 $f()$は式(3–2)に対応する．その中の各水深は,

h_i（$=h_b+i\Delta h$）, $h_{i+1/2}=h_i+\Delta h/2$, $h_{i+1}=h_i+\Delta h$ （$=h_b+(i+1)\Delta h$） をあらわす．

よって，Δh を決めて，ある（h_i, x_i）から h_{i+1} に対応する位置 x_{i+1} を求めるには，式(3-2）に h_i, $h_{i+1/2}$, h_{i+1} をそれぞれ式(4-2）に代入して得られる．これを繰り返すことで，水面形（水深分布）が得られる．

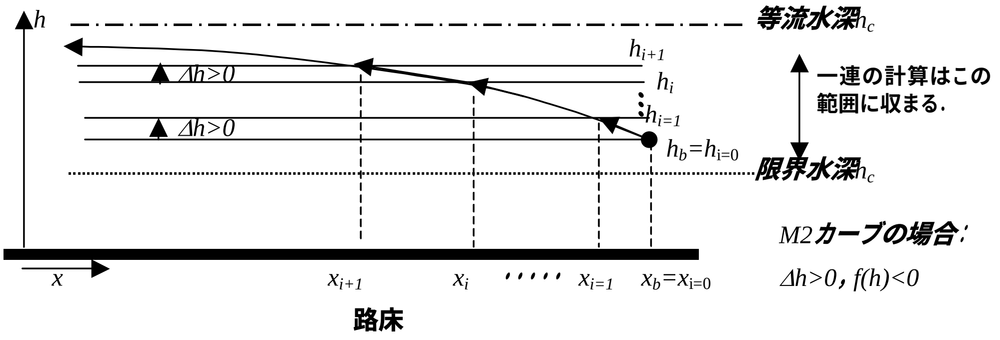


図-2

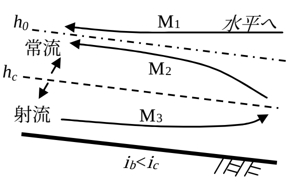
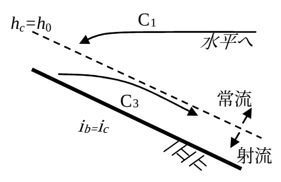
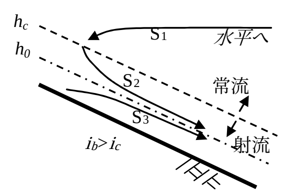
１．２．２　計算手順

この一連の手続きは，データシートを作り計算できる．ここでは，簡単に計算するために，
ホームページから，エクセルファイルをダウンロードし，計算してみることとする．

http://godos2.daido-it.ac.jp/kpage/sumi/exp/exp.htm

重要なのは，計算開始点を知っておくことである．講義したように，常流では上流に波が伝播するから，下流から水面形が決まる．よって，下流端の水位を知ることが出来なければ，計算できない．（射流の場合は逆である．）表-1 の，矢印の方向に水面形が決まる．

表-1　水面形の分類と，水面形の決まる方向（矢印）

勾配の名称	緩勾配	限界勾配	急勾配
限界水深・等流水深の関係	$h_0 > h_c$	$h_0 = h_c$	$h_0 < h_c$
図 h_0 と h_c の関係と水面形の分類（各水路勾配で，３つのうちのどれかの水面形が現れる）			
勾配の関係	$i_b < i_c$	$i_b = i_c \equiv \dfrac{g^{10/9}n^2}{q^{2/9}}$	$i_b < i_c$

■ケース１，２の計算

常流と，射流の判定は，等流水深 h_0 と限界水深 h_c で（自動的に）判定できる．（図-3 参照）
よって，入力情報は，

単位幅流量，　Manning の粗度係数，　水路勾配，　計算開始点の x 方向位置 x_b とそこでの水深 h_b,
があればよい．そのほかに，　**どの位置まで計算するのか x_{end},　計算開始点での水路の高さ z_b,**
を与える．本エクセルシートでは，瞬時に水面形が計算でき，グラフにも現れる．

１枚目のシートでケース１を，２枚目のシートでケース２を計算する．

シートの切り替えは，画面下方のタグをクリックして行う．

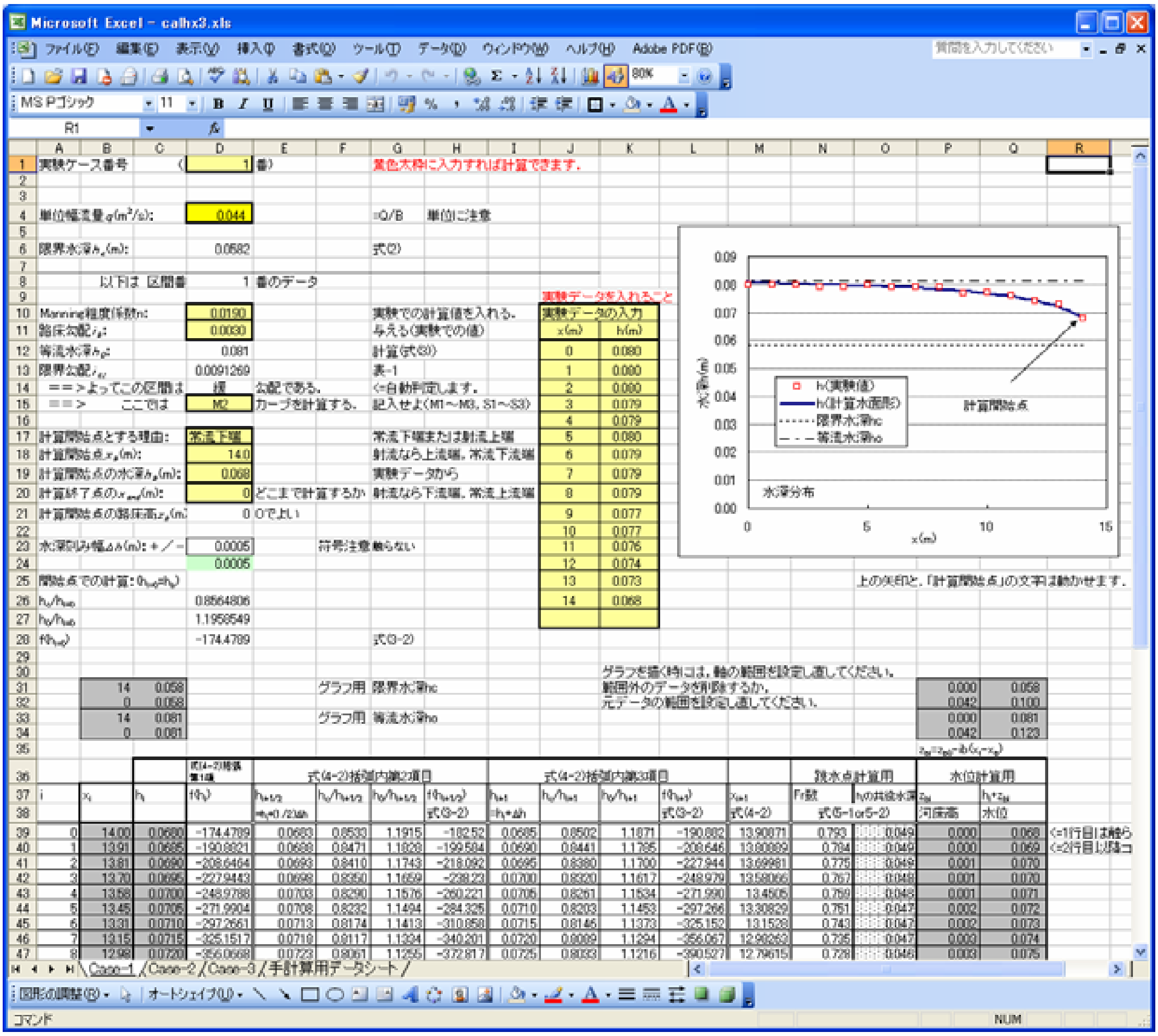


図-3　ケース１またはケース２の計算シート

■ケース３（跳水のケース）の計算

実験データを，ゲート下流のデータ(x=3m）から入力する．

計算開始点（上流側，下流側）の情報，単位幅流量等を入力する．

計算結果には，３つのカーブが描かれる．上流の水面形（射流），下流の水面形（常流）に加え，下流水深の共役水深が描かれる．この共役水深と上流水面形がクロスする点（一致する点）が跳水点である．ここに縦の赤い矢印を動かし，跳水点として表示する．

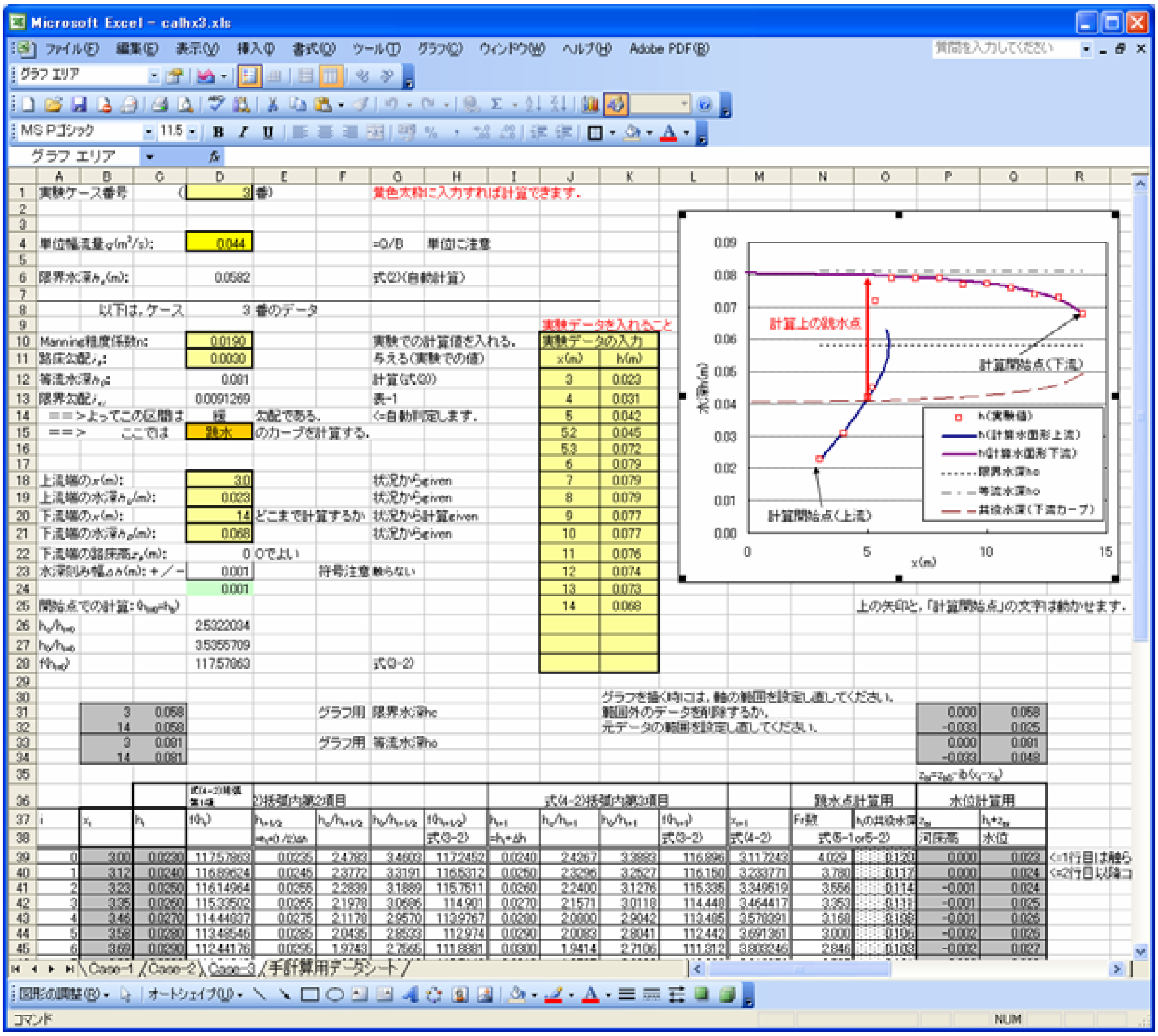


図-4　ケース３（跳水ケース）の計算シート

レポート課題：

諸君の前回実験のデータ３ケースをそれぞれ，計算し，上記うち，計算条件（単位幅流量，限界水深，路床勾配，カーブの種類，計算開始点位置，開始水深），および水面形のグラフを添付して，提出せよ．計算開始点もわかるようにしておくこと．表紙は不要．１ページ目の始めに，班，学籍番号，氏名，レポート作成時間を記述すること．ホチキス止めせず，(1/2）などのページ番号を右上に記すこと．

提出期限：7/5 授業開始時まで．（それまでに 4212 室鷲見ポストでも OK）

レポート　水面形計算

班番号

学籍番号　氏名

提出日

作成時間

実験条件：

表-1　実験条件

単位幅流量 q=
限界水深 hc=
等流水深 h_0=
Manning 粗度係数 n=
路床勾配 ib=

ケース１（水面形分類：M2）

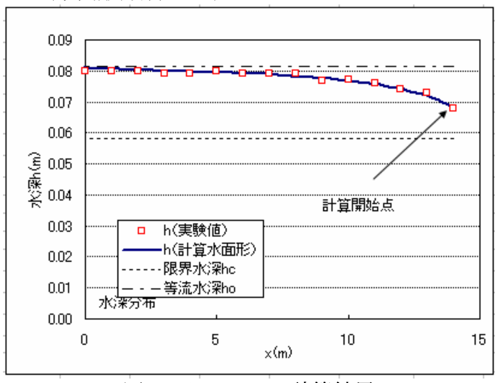


図-1　ケース１の計算結果

ケース２（水面形分類：M1）

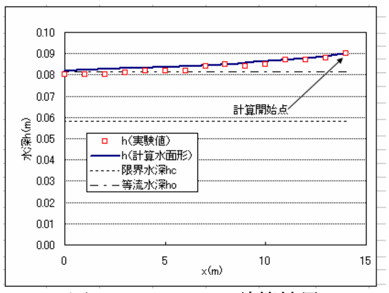


図-2　ケース２の計算結果

ケース３（水面形分類：跳水　M3→M2）

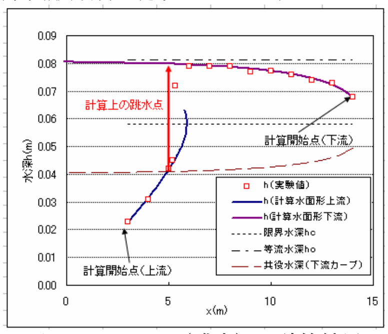


図-2　ケース３（跳水）の計算結果

次回も 4309 室に一旦集合すること．（直接 4403B 室に行かないこと）