３．管　路

１． <u>理論式と実験手順</u>

１．１　管路の問題

管路は，上水道等での給水によく用いられる．水道での送水で問題になるのは，上流の送る側ではどの程度の圧力（または全水頭）をかけなければならないのか，　末端まで必要な圧力を維持して流すにはどのような管や設備が必要なのかを考えなければならない．

ところが，ポンプなどで高い圧力をかけて，高い全水頭（全エネルギー）を与えて送り出しても，

・長い管を流れる間の摩擦による仕事（<u>摩擦損失</u>），

・バルブ・急拡部・急縮部，曲がりなど局所的な形の変化のあるところの乱れ（<u>局所損失</u>），

によってエネルギーを失い，末端ではエネルギー（全水頭）は減ってしまう．

ベルヌイの定理によれば，全水頭＝速度水頭＋位置水頭＋圧力水頭である．
つまり，全水頭が少ないと，高い場所（高い位置水頭）で，蛇口（出口は大気圧）をひねって水を出そうとしても，速度水頭が小さくなり，十分な流量が得られない可能性がある．

つまり，摩擦損失や局所損失によって，供給元から出口まで，どの程度のエネルギーの損失があるのかを知っておくことは，なるべく損失が小さくなるように管路を設計したり，十分なポンプを選んだりするのに，有用である．

本実験では，すでに習ったこれらの摩擦損失・局所損失の式が成立するかどうかを確認する．具体的には，摩擦損失係数や急拡・急縮損失係数がどの程度の値になるのか，を確認する．

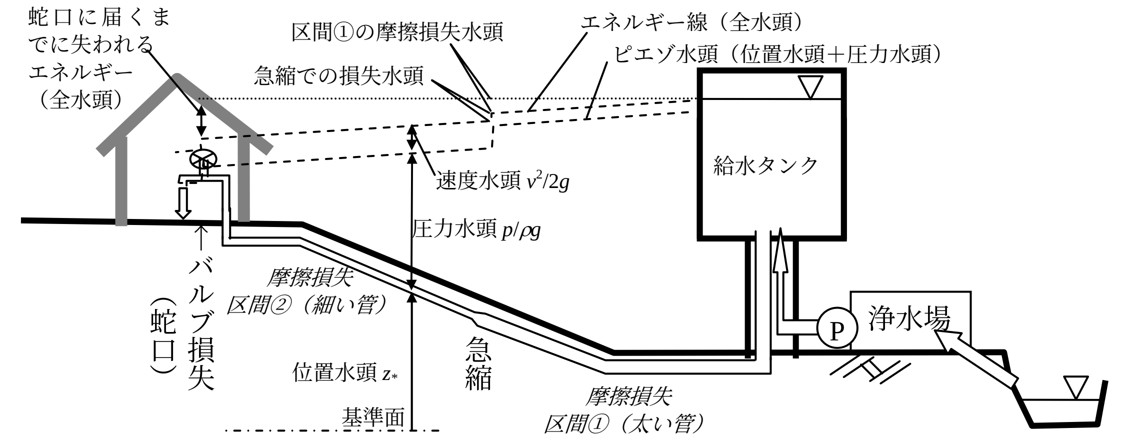


図-1.1　管路のエネルギー損失（水道の例）

１．２　実験結果と比較するための理論式

（１）摩擦損失

$$h_f = f\,\frac{l}{D}\,\frac{v^2}{2g} \qquad (1)$$

(ダルシー・ワイスバッハ Darcy-Weisbach の式)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2\log_{10}\left(\frac{2k_s}{D} + \frac{18.7}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad (2)$$

（コールブルック Colebrook の式）

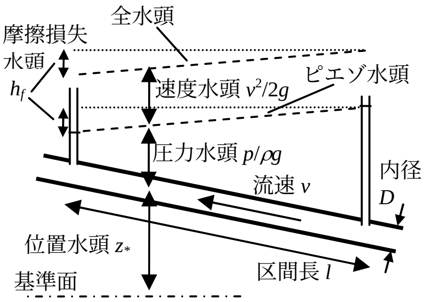


図-1.3　摩擦損失（内径一定）

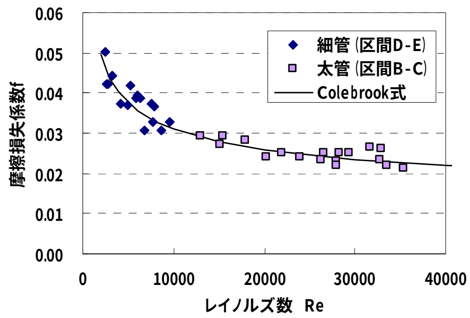


図-1.4　レイノルズ数と摩擦損失係数

ここに,

v：管内の平均流速（cm/sec),

h_f：損失水頭 (cm),

(=管路のある区間の上流端と下流端での全水頭の差）

f：摩擦損失係数（無次元，単位がない),

g：重力加速度（980cm/sec^2),

k_s：相当粗度(cm，管の壁面の粗さ，本実験では 0cm)

D：管の直径(cm)

l：管の区間の長さ (cm)

$Re=vD/\nu$：レイノルズ数，2320 以上で乱流（以下は層流）

ν：動粘性係数（水の粘りを表す，20℃で約 0.010cm^2/s）

である．変化する量は速度水頭 $v^2/2g$ と損失水頭 h_fであり，h_fは速度水頭にほぼ比例する．式（１）において，摩擦損失係数 f はほぼ一定になる．その値が予めわかれば，摩擦損失がどの程度になるか予測でき，設計に使える．経験的に f の値は管の粗さ k_s によってほぼ決まり，滑面ではレイノルズ数 Re によって変化することがわかっている．本実験では, アクリルパイプを用いているので滑面(k_s=0)である．

本実験では,

①実験データ（速度水頭 $v^2/2g$ と h_f）から式（１）で摩擦損失係数 f を求めるとどの程度になるのか,

②式（２）のようなレイノルズ数の関数となるかどうか,

の 2 点について図-1.4 のようなグラフで確認する．

本実験では，太い管（直径 $D_1=D_w$）と細い管（直径 $D_2=D_n$）の 2 種類でデータを集める．

→具体的な整理方法は，１．４で説明する

（理論式つづき）

（２）急拡損失・急縮損失

$$h_{se} = \zeta_{se}\frac{v_n^2}{2g} \quad （３）（急拡）$$

$$h_{sc} = \zeta_{sc}\frac{v_n^2}{2g} \quad （４）（急縮）$$

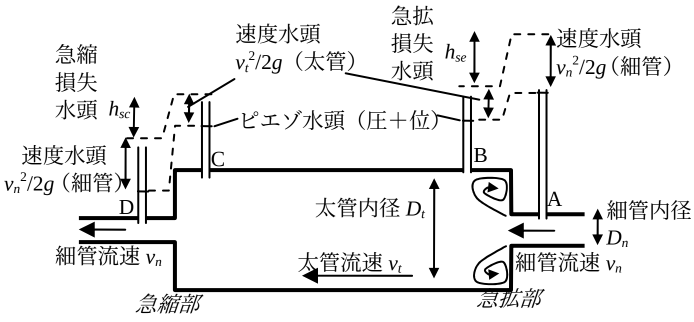


図-1.5　急拡・急縮

ここに

v_n：細い管の平均流速（cm/sec），v_n=Q/A_n，Q：流量（cm^3/sec），A_n：細い管の断面積（cm^2）

h_{se}：急拡部損失水頭 (cm)，急拡部の上流側と下流側での全水頭の差

h_{sc}：急縮部損失水頭 (cm)，急縮部の上流側と下流側での全水頭の差

ζ_{se}：急拡部損失係数 (無次元，単位なし）（ギリシャ文字は「ツェータ」「ゼータ」と読む）

ζ_{sc}：急縮部損失係数 (無次元，単位なし）

g：重力加速度（980cm/sec^2），

変化する量は細管の速度水頭 $v_n^2/2g$ と損失水頭 h_{se} または h_{sc} であり，損失水頭は細管の速度水頭にほぼ比例する．式（３）（４）において，損失係数はいずれもほぼ一定になると言われている．そこで，

③ここでは損失係数ζ_{se}，ζ_{sc}が未知だが，

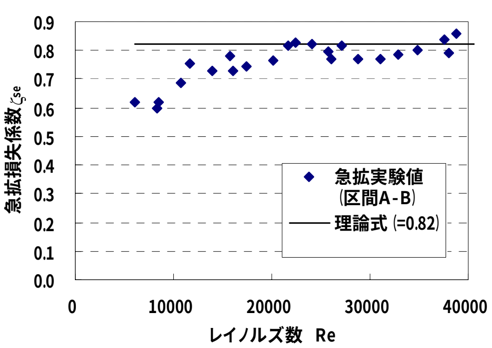
（１）一定になるか（ばらつくか），

（２）平均値を計算し，理論的な値・経験的な値に近いかどうか確認する．

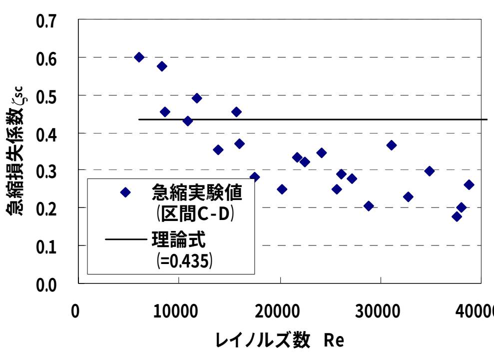
急拡損失係数の理論式（Borda-Carnot 式）ζ_{se}=（$1-A_n/A_t$）^{2}， ただし，A_t：太い管の断面積（cm^2）	（５）
急縮損失係数の経験的値：ζ_{sc}=$0.481-0.489A_n/A_t$	（６）

④横軸に細管のレイノルズ数 Re の値とし，縦軸に各損失係数ζ_{se}，ζ_{se}をとったグラフ上で，一定かどうか確認する．（図-1.6(a) (b)）

→具体的な整理方法は，１．４で説明する



(a)レイノルズ数 Re と急拡損失係数ζ_{se}



(b) レイノルズ数 Re と急縮損失係数ζ_{sc}

図-1.6　整理するグラフの例（局所損失）

１．３　実験装置の概要

図-1.7 に示しているように，下流側のバルブで流量調整し，出口で流量計測する．また，管の壁面から５点でマノメータが接続されており，ピエゾ水頭（→復習せよ）を計測できるようになっている．

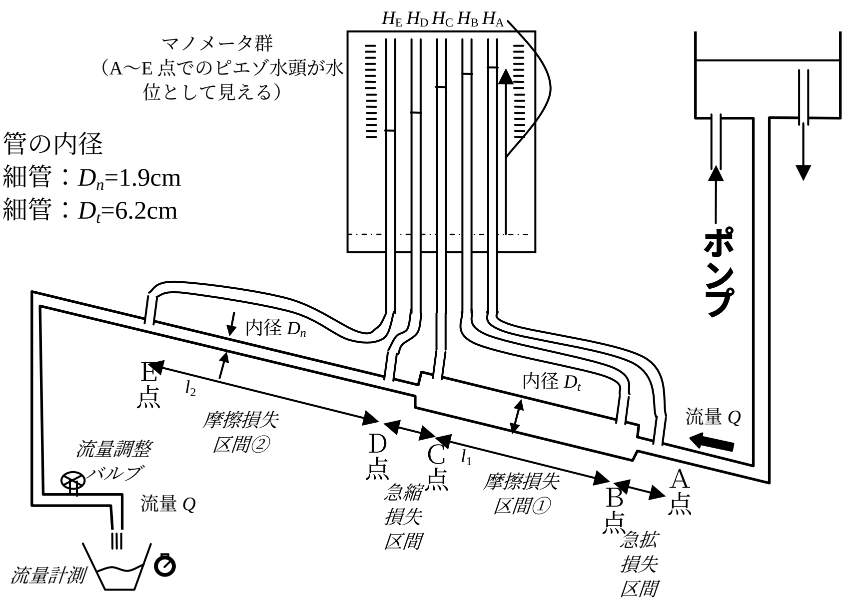


図-1.7　実験装置の概要

１．４　計測方法と整理の方法

変化する量は，各損失区間での速度水頭と，損失水頭である．

（１）諸元の把握と計測

計測を始める前に，変化しない量（諸元）を把握しておく必要がある．

質問：それは何か？　答え：細管の＿＿＿＿＿＿＿＿，＿＿＿＿＿＿＿＿

太管の＿＿＿＿＿＿＿＿，＿＿＿＿＿＿＿＿

区間 B-C の＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿（太管）

区間 D-E の＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿（細管）

（２）変量（ピエゾ水頭，流量）の計測

ある流量（バルブ開度）における計測は，以下を行う．

○流量 Q は 3 回づつ計測する．流量（単位時間当たりに流れる体積）を直接測ることはできないので，水路下端でバケツで捉える体積 V をその時間 t で割って流量 Q とする．体積は，電子天秤で重量を計り，比重を１として体積に変換する．（つまり，1g=1cm^3）　これを 3 回繰り返して３つの Q (Q_1～Q_3)を得，これらを平均して，そのバルブ開度に対応する Q とする．

○A 点～E 点でのピエゾ水頭，H_A～H_E を読み取る．脚立に登るので足元に注意すること．

次項の②の整理方法（計算回数少ない）をとる場合は，隣同士のピエゾ水頭の水位差 $\varDelta H_{A\text{-}B}$, $\varDelta H_{B\text{-}C}$，$\varDelta H_{C\text{-}D}$，$\varDelta H_{D\text{-}E}$，をその場で計算し記録する．

下流端バルブを操作して流量を順次変化させ，上記の計測を 10 回程度繰り返す.

→どのようなデータシートにすればよいか考えよ.

（３）実験後の整理

１．２で説明した確認事項について具体的に示す．

実験で計測したのは，A 点～E 点でのピエゾ水頭 H_A～H_E（または，隣接するピエゾ水頭差 $\Delta H_{A\text{-}B}$～$\Delta H_{D\text{-}E}$）と流量 Q である．このままでは，式（１）～（４）と比較できない．損失係数を計算するために，１．２で述べたように，各区間での損失と速度水頭の組みを求める必要がある．各計測区間での損失水頭と速度水頭を整理の内容は表 1-1 のようになるだろう．

表-1.1　各損失区間と対応する理論式・および諸量

区間	理論式	損失水頭	式(1)(3)(4)の右辺を採用する速度水頭
摩擦損失区間①B-C 間（太管），	式（１），	摩擦損失水頭 h_{f1}＝B 点全水頭－C 点全水頭	太管速度水頭 $v_t^2/2g$
摩擦損失区間②D-E 間（細管），	式（１），	摩擦損失水頭 h_{f2}＝D 点全水頭－E 点全水頭	細管速度水頭 $v_n^2/2g$
急拡損失区間　A-B 間（細→太），	式（3），	急拡損失水頭 h_{se}＝A 点全水頭－B 点全水頭	細管速度水頭 $v_n^2/2g$
急縮損失区間　C-D 間（太→細），	式（4），	急縮損失水頭 h_{sc}＝C 点全水頭－D 点全水頭	細管速度水頭 $v_n^2/2g$

このために，以下のデータを順に計算し求める．

(a) 速度水頭の求め方：

まず，太管での流速 $v_t=Q/A_t$，細管の流速 $v_n=Q/A_n$，を求める．

そして，太管・細管のそれぞれの速度水頭 $v_t^2/2g$，$v_n^2/2g$ を求める．

A 点，D 点，E 点では細管速度水頭，B 点,C 点では太管速度水頭を持つことに注意する．

(b) 損失水頭の求め方：

損失水頭を求める方法は 2 つある．いずれかの方法で求める．②の方が計算ステップが少ない．

①区間両側の点での全水頭を求めから，隣同士でその差を求める方法である．

まず, A～E の各地点で, ピエゾ水頭 H_A～H_E に速度水頭を加えて全水頭 E_A～E_E を計算する．

次に，各区間の上流側全水頭から下流側全水頭を引いて，その区間の損失水頭とする．

（例：区間 B-C 摩擦損失①：　$h_{f1}=E_B-E_C$）

②記録しておいた各区間のピエゾ水頭差と，速度水頭差（上流点の値－下流点の値）を加えて計算する．（例：区間 A-B 急拡損失：　$h_{sc}=\Delta H_{A\text{-}B}$＋B 点の速度水頭－C 点の速度水頭）

速度水頭が上流下流で同じ場合（摩擦損失区間）は，ピエゾ水頭差が損失水頭になる

こうして，各区間の速度水頭と損失水頭の組が求められる．

(c) 式 (1) (3) (4) に従って，損失水頭各損失係数を求める．

区間 B-C の摩擦損失係数 f　は　式（１）を，f=の式に変形して求めよ．

区間 D-E の摩擦損失係数 f　は　〃

区間 A-B の急拡損失係数 ζ_{se}　は　式（３）を，ζ_{se} =の式に変形して求めよ

区間 D-E の急縮損失係数 ζ_{sc}　は　式（４）を，ζ_{sc} =の式に変形して求めよ．

(d) レイノルズ数 Re の計算．

摩擦損失係数はレイノルズ数 Re の関数となるので，太管，細管，それぞれの Re を求めておく．

$$Re = \frac{vD}{\upsilon}$$ （分母は動粘性係数，20℃で約 0.010cm²/s，ギリシャ文字の「ニュー」）

表-1.2　損失係数計算表の項目の例（方法②の場合）

流量	ピエゾ水頭差(cm)				平均流速 (cm/s)		速度水頭(cm)		摩擦損失水頭①	摩擦損失係数①	摩擦損失水頭②	摩擦損失係数②	急拡損失水頭	急拡損失係数	急縮損失水頭	急縮損失係数	レイノルズ数Re	
Q (cm^3/s)	ΔH_{AB}	ΔH_{BC}	ΔH_{CD}	ΔH_{DE}	太管 v_t	細管 v_n	太管 $v_t^2/2g$	細管 $v_n^2/2g$	h_{f1} (cm)	f_1	h_{f2} (cm)	f_2	h_{se} (cm)	ζ_{se}	h_{sc} (cm)	ζ_{sc}	太管 v_tD_t/ν	細管 v_nD_n/ν

（４）各損失係数の理論値・経験値との比較

①摩擦損失係数 ***f*** は，細管，太管でそれぞれどの程度になるのか， ②式（２）のようなレイノルズ数 ***Re*** の関数となるかどうか．

HOWto①→表-1.2 から，太管（区間 B-C），細管（区間 D-E）でそれぞれどの程度となるのか．

HOWto②→図-1.8 のように，グラフで横軸に Re 数，縦軸に摩擦損失係数をとり，実験値（太管，細管）と理論値（曲線）を描く．理論値は，式（２）の Colebrook 式だが，滑面（k_s=0）では表-1.3 の値となるのでこれを用いて描いてよい．

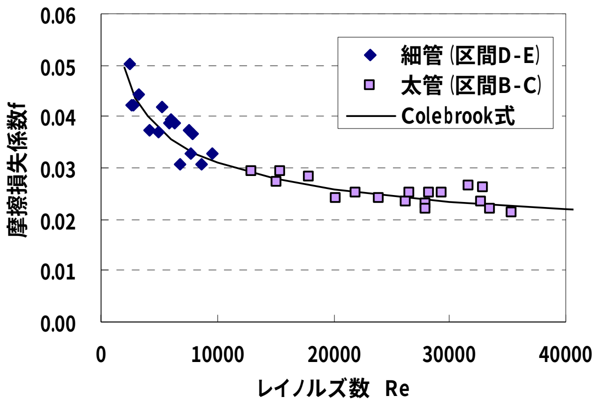


図-1.8　レイノルズ数と摩擦損失係数
（図-1.4 と同じ）

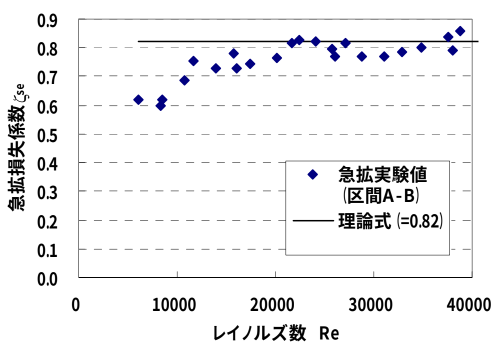
表-1.3　Colebrook 式(3)の値（滑面）

Re数	摩擦損失係数f
2000	0.0495
3000	0.0436
4000	0.0400
6000	0.0356
8000	0.0328
10000	0.0309
15000	0.0278
20000	0.0259
30000	0.0235
40000	0.0220
50000	0.0209

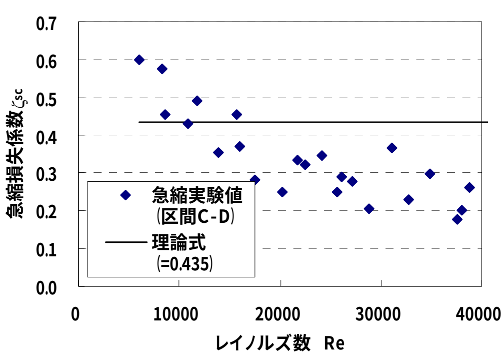
③急拡損失係数ζ_{se}，急拡損失係数ζ_{se}について， （１）一定になるか（ばらつくか）， （２）平均値を計算し，式（５）（６）の理論値・経験値と比較する． ④横軸に細管のレイノルズ数 ***Re*** の値とし，縦軸に急拡損失係数ζ_{se}，または急拡損失係数ζ_{se}をとったグラフを描き，一定かどうか確認する．（図-1.9）

HOWto③→表-1.3 において，急拡損失係数ζ_{se}，急拡損失係数ζ_{se}の平均値をそれぞれ求めておく．
急拡については理論値（式（５））と比較し，急拡損失については経験値(式(6)）と比較する．

HOWto④→図-1.9 については，を横軸にレイノルズ数（実験の細管値）をとり，縦軸に損失係数を用いる．式(5)の値（急拡，図-1.9(a)）および式(6)の値（急縮，図-1.9(b)）を，比較のため，一定値として水平に引く．



(a)レイノルズ数 *Re* と急拡損失係数ζ_{se}



(b) レイノルズ数 *Re* と急縮拡損失係数ζ_{sc}

図-1.9　整理するグラフの例（局所損失，図-1.6 に同じ）

2. 理論 (管路の損失)

一般に管路や開水路の定常流はエネルギー損失を伴う．ここでは，管路を中心に取り上げ，損失を考慮したベルヌイ式を考える．いま，管路におけるある２つの断面間をコントロールボリュームにとると，ベルヌイ式は次の様に拡張される．(i は管の区分，j は局所損失毎を表す）

$$E_1 = E_2 + \sum_i f_i \frac{l_i}{D_i}\frac{{v_i}^2}{2g} + \sum_j \varsigma_j \frac{{v_j}^2}{2g} \qquad (9) \qquad \left(\rightarrow \quad \Delta E = E_1 - E_2 = \sum_i f_i \frac{l_i}{D_i}\frac{{v_i}^2}{2g} + \sum_j \varsigma_j \frac{{v_j}^2}{2g}\right)$$

ここに，右辺第２項は摩擦損失，第３項は形状損失を表す．これらは，コントロールボリューム（断面１と２の間）での損失水頭の和である．詳細は以下に示す．

<u>摩擦損失水頭</u> h_f は，長さ l の区間において，管の内径 D および水理径深 R が一定であれば，摩擦損失係数 f（無次元）を導入して，次式で表される．($D=4R$)

$$\boxed{h_f = f\frac{l}{D}\frac{v^2}{2g} = f\frac{l}{4R}\frac{v^2}{2g} \qquad (10)}$$

摩擦損失係数 f は一般に層流や滑らかな壁面では流れの状態（Reynolds 数）の関数になる．粗面，滑面両方で使える式として，コールブルック Colebrook 式が提案されている．

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2\log_{10}\left(\frac{2k_s}{D} + \frac{18.7}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \qquad (11)}$$

ここに，

k_s：相当粗度(cm，管の壁面の粗さ，本実験では 0cm)

$Re=vD/\nu$：レイノルズ数，2320 以上で乱流（それ以下は層流）であることを示す．

ν：動粘性係数（水の粘りを表す，20℃で約 0.010cm^2/s）

十分粗く完全乱流においては，一定値をとり，Manning の粗度係数 n とも関係を持つ．

$$f = \frac{8gn^2}{R^{1/3}} = \frac{124.5n^2}{D^{1/3}} \qquad (12) \qquad \text{（m,s 単位系）}$$

一方，<u>局所損失，形状損失</u> h_l は**形状損失係数**ζを用いて一般に次式で示される．

$$\boxed{h_l = \zeta\frac{v^2}{2g} \qquad (13)}$$

損失部前後で内径に変化がある場合，<u>**v は細い方の管の流速で表す**</u>．各損失係数を次に示す．

入口損失ζ_e：　形状によって変化する．（およそ 0.5.）

出口損失ζ_o：　一般に，$\boxed{\zeta_o=1}$とする．（急拡における $A_t=\infty$に相当）

急拡ζ_{se}：　Carnot-Borda 式 $\boxed{\zeta_{se}=(1-A_1/A_2)^2}$

A_n，A_t：入口側（細管），出口側（太管）断面積，運動量保存則等から得られる．

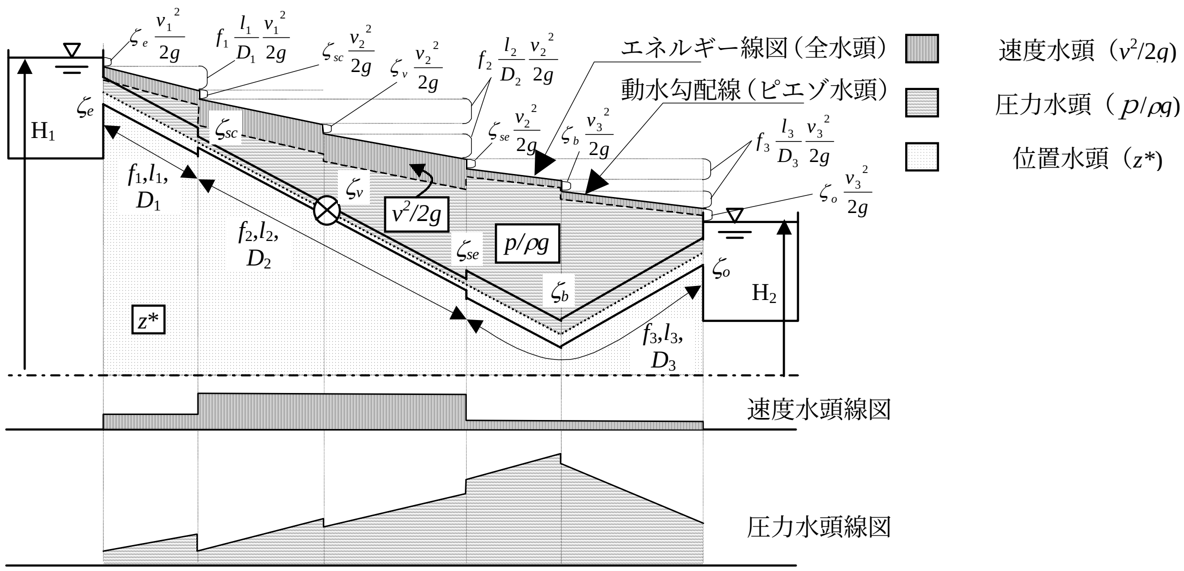
急縮ζ_{sc}：　Weisbach の実験結果等から，A_n/A_t と関連づけられている．

およそ$\boxed{\zeta_{sc}=0.481-0.489A_n/A_t}$となることが経験的にわかっている．

バルブζ_v：　　バルブ弁の種類・開度で変化する．

曲がり・屈折ζ_b：曲率・中心角等により変化する．

その他（漸拡，分岐・合流）



$$\Delta E = E_1 - E_2 = H_1 - H_2$$

$$= \left(f_1 \frac{l_1}{D_1}\frac{v_1^2}{2g} + f_2 \frac{l_2}{D_2}\frac{v_2^2}{2g} + f_3 \frac{l_3}{D_3}\frac{v_3^2}{2g} \right) + \left(\zeta_e \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{sc}\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_v \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{se}\frac{v_2^2}{2g} + \zeta_b \frac{v_3^2}{2g} + \zeta_o \frac{v_3^2}{2g} \right) \tag{14}$$

解法のヒント：

流量を求める問題の場合：全水頭が既知である断面と，流速以外，或いは全水頭が既知である断面間で上式(14)又は(9)式を立て，流速を流量で記述（$v=Q/A$）して得られる．

既知の条件：　タンク部では一般に速度水頭は無視でき，この水面がそこでの全水頭となる．

大気への放水部：圧力水頭が 0 である．全水頭は，速度水頭と位置水頭の和となる．

管路における位置水頭は普通既知である．

流量と断面積が既知の断面では，速度水頭が既知である．

ピエゾメータの水面が既知であれば，ピエゾ水頭は既知．（圧力＋位置）　　など

エネルギー線図・圧力線図等：

①全水頭線は，上流から摩擦損失・局所損失を考慮して引く．

②上記の方法で流量を求め，速度水頭を得る．

③全水頭から速度水頭を差し引くことで動水勾配線（ピエゾ水頭線）が描ける．

④ピエゾ水頭線図から位置水頭をひくことで，圧力水頭線図が描ける．

実験での問題・・・・損失水頭の計算の仕方.

まず，以下の点を確認しよう.

・損失水頭は，区間の上流点と下流点での全水頭の差（低下量）である.

・全水頭は，ピエゾ水頭（＝位置水頭＋圧力水頭）と，速度水頭の和である.

・実験でマノメータの水位を読んでいるが，これはピエゾ水頭である.

損失水頭＝上流全水頭－下流全水頭

＝（上流速度水頭＋上流ピエゾ水頭）－（下流速度水頭＋下流ピエゾ水頭）　（あ)

＝（上流ピエゾ水頭－下流ピエゾ水頭）＋（上流速度水頭－下流速度水頭）

＝（ピエゾ水頭低下量（上流ー下流)）＋（速度水頭差（上流ー下流)）　（い)

＝マノメータの読みの差（上流ー下流）＋（速度水頭差（上流ー下流)）　（う）

その評価の仕方は，摩擦損失では簡単に求められる.

摩擦損失区間:

管の内径は区間の間で一定なので，断面積も一定．流量を断面積で割ると流速になるので，流速も一定．よって，区間の上流から下流にかけては，速度水頭が一定．区間での速度水頭差はゼロとなる．上式の（い）において，第２項はゼロとなるので，摩擦損失区間での損失水頭は，このマノメータの水位差と一致する.

つまり, 内径一定の<u>摩擦損失区間である区間 B-C, 区間 D-E では, マノメータの差が損失水頭となる</u>.

急拡･急縮損失区間

摩擦損失区間と違い，速度水頭は入り口側と出口側で異なるので，次の２つのどちらかによる.

①上式の（あ）に基づく方法：上流点，下流点それぞれで，全水頭＝ピエゾ水頭（マノメータ読み）＋速度水頭　を求め，その差（低下量）を損失水頭とする.

②上式の（う）に基づく方法：マノメータの読みの差に，速度水頭差を加える方法．ただし，上流の値から下流の値を引くので，急縮の場合は，速度水頭差は負となる.（上流側が管が大きいので，流量 Q 一定だと断面積大きいほうが流速は小さい）