

2. 堤

1. 理論式と実験手順

1.1 堤 (Weir) とは ...

堰とは水路や河川にあるダムなどの横断構造物等に設けた越流部のことである(図-1.1). 横断構造物としての堰は, 背後の水位が上がらないと下流へ流す流量が増えないので, 図-1.2 の様に, 上流から流れ込む流量を一旦貯留して流出を遅らせるなどの制御に用いられる.

堰の形状が決まつていれば, 水位と流量とが一定の関係になるため,(いちいちバケツなどで) 流量を測ることなく水位から流量を推定できるので便利である. その点では, オリフィスに似ている. 本実験では, この水位と流量の関係を, 模型実験で確認し, 理論式と比較することを目的とする.

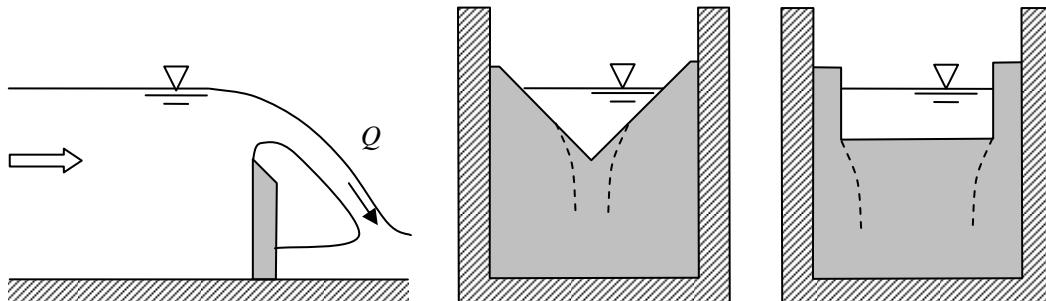


図-1.1 堤(三角堰と四角堰)

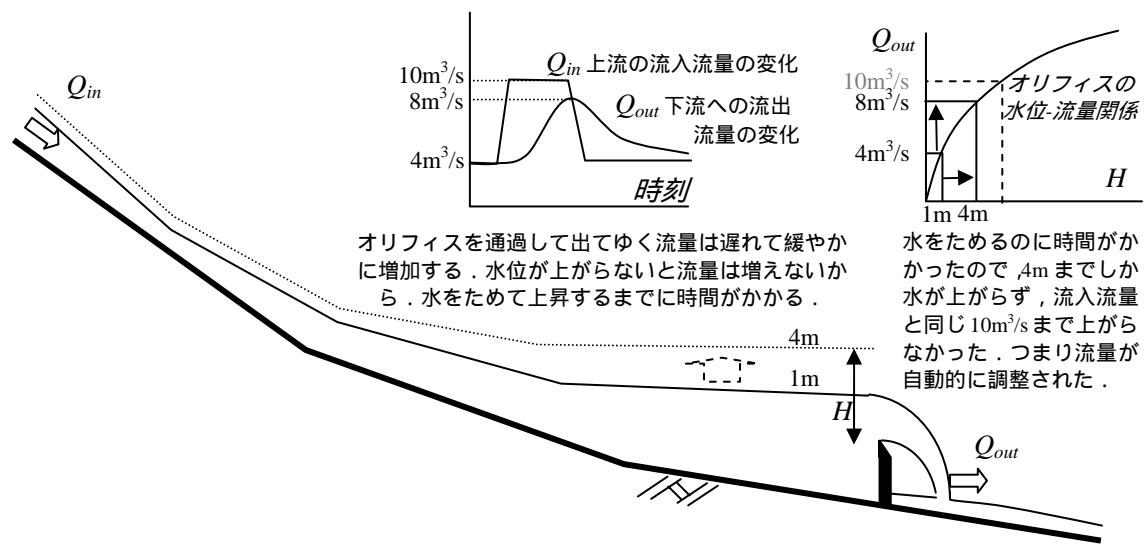


図-1.2 流量調整機能と, 流量の推定

1.2 実験結果と比較するための理論式

本実験では、三角堰と四角堰の実験を行う。理論式は両者で異なる。

理論式は三角堰の公式(1)と四角堰の公式(2)である。

$$Q = C \cdot \frac{8}{15} \tan(\theta/2) \sqrt{2g} H^{5/2} \quad (1) \text{ (三角堰)}$$

$$Q = C \cdot \frac{2}{3} \sqrt{2g} B \cdot H^{3/2} \quad (2) \text{ (四角堰)}$$

ここに、

Q : 流量 (cm^3/sec , または m^3/sec) ,

H : 越流水深 (cm , または m) , (=底から水面までの高さ h - 底から堰高までの高さ z_B)

C : 流量係数 (無次元, 単位はなし), g : 重力加速度 (980cm/sec^2 , または 9.8m/sec^2) ,

B : 四角堰の幅(cm , または m) ,

θ : 三角堰の頂角

である。単位は、「 m と sec 」または、「 cm と sec 」のいずれかに統一すること。

本実験の三角堰の頂角は直角 ($\theta=90^\circ$) であるので, $\tan(\theta/2)=1$ となる。

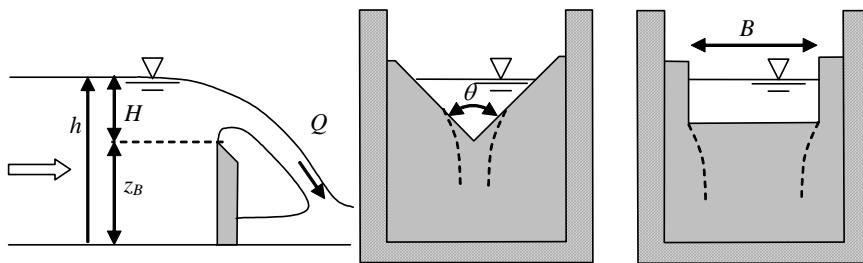


図-1.3 諸変数の定義

変化する量は, Q と H であり, Q が H の関数となっている, つまり, 「 H から Q がわかる」ということである。この実験では, 理論式の関係が成立しているかを, 3つの方法で確認する。

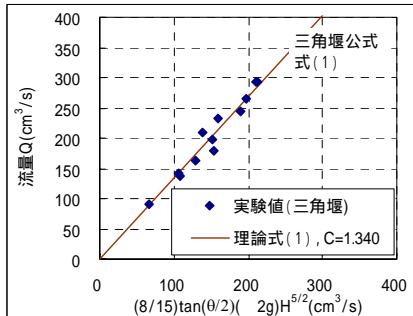
ここでは流量係数 C が未知だが,

(1) 一定になるか(ばらつくか), (2) C の平均値を計算し, いくらになるのか確認。

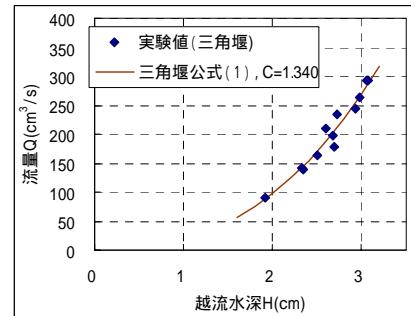
横軸を右辺の C 以外の項の値とし, 縦軸に Q をとったグラフ上で, 実験データ(点)と理論式(直線)を比較する。(図-1.4(a))

実験値の平均を正しい C として用いれば, 理論式は完成する。横軸に H , 縦軸に Q をとったグラフ上に実験データ(点)と理論式(カーブ)を描き, 比較する。(図-1.4(b))

具体的な整理方法は, 1.4で説明する



(a) $\frac{8}{15} \tan(\theta/2) \sqrt{2g} H^{5/2}$ と流量 Q の関係 (式1のみ)



(b) 越流水深 H と流量 Q の関係

図-1.4 整理するグラフの例 (三角堰の例)

1.3 実験装置の概要

図-1.5 に示しているように、オリフィスの部分は、取り外して、三角堰と四角堰とを交換できる。1班と2班は三角堰を、3班と4班は四角堰を使用する。測定作業および、操作方法は、堰とほぼ同じである。供給側にバルブがあるので、これで流量（あるいは水位）を調整・変化させるために操作する。

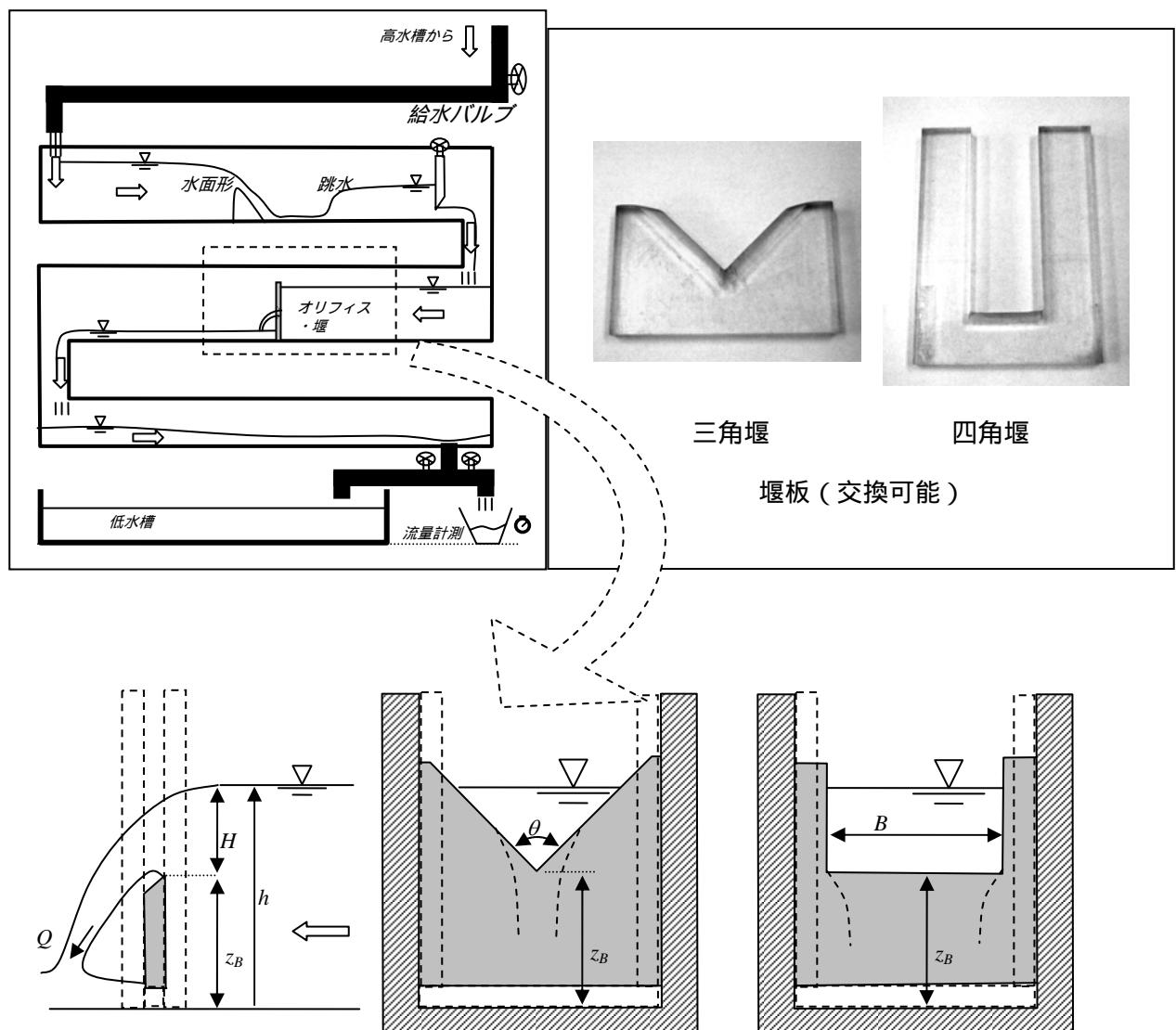


図-1.5 実験装置の概要

1.4 計測方法と整理の方法

変化する量は、流量 Q と孔からの水位 H である。計測は、この変化する量を求めるために行う。

(1) 諸元の把握と計測

計測を始める前に、変化しない量（諸元）を把握しておく必要がある。

質問：それは何か？ 答え：

(2) 变量 (H, Q) の計測

H は、孔の高さから水面までであるから、底から孔の高さ z_B (cm) を諸元として測っておき、実験時は、底からの水位 h (cm) を計測して、後に $H=h-z_B$ として計算するとよい。

ある流量（水位、バルブ開度）における計測は、以下を行う。

流量 Q は 3 回づつ計測する。流量（単位時間当たりに流れる体積）を直接測ることはできないので、水路下端でバケツで捉える体積 V をその時間 t で割って流量 Q とする。体積は、電子天秤で重量を計り、比重を 1 として体積に変換する。（つまり、 $1\text{g}=1\text{cm}^3$ ）これを 3 回繰り返して 3 つの Q ($Q_1 \sim Q_3$) を得、これらを平均して、そのバルブ開度に対応する Q とする。

水位 H は孔の高さから水面までであるが、孔の高さは読みにくいので、底からの水位 h (cm) を計測する。予め底から孔の高さ z_B (cm) を諸元として測っておき、後に $H=h-z_B$ として計算する。給水バルブを操作して流量を順次変化させ、上記の計測を 10 回繰り返す。 (H, Q) の組を 10 個得る。)

バケツは全く同じ重量のものを 3 つ用意する。バケツ重量は、天秤が覚えてくれる。体積と時間をシートに直接記入する必要はなく、計算用紙と電卓を用意し、そのつど割り算をして流量を元データとして記入すればよい。（計算専用の役、記録係、等、役割を分けられる。）電子天秤の精度は 5g なので、時間は長めに取ったほうが流量の精度は上がる。どのようなデータシートにすればよいか考えよ。

(3) 理論式との比較(実験後の整理)

1. 2で説明した3つの確認について具体的に示す。

行った実験にしたがい、三角堰公式(1)、四角堰公式(2)のいずれかについて行うこと。
式(1)、式(2)ともに、整理方法は同じである。参照する図表が異なるので注意せよ。

係数Cの実験結果は一定になるか(ばらつくか)、平均値はいくらかを確認。

HOWto1 表-1.1のような整理をする。各流量でのCの計算は、表中のように、式(1)右辺のC以外の式(三角堰では $\frac{8}{15} \tan(\theta/2) \sqrt{2g} H^{5/2}$ 、四角堰では $\frac{2}{3} \sqrt{2g} BH^{3/2}$)を計算し、これで流量Qを割ればCを求められる。

HOWto2 Cの値のばらつきを見るとともに、平均値はいくらか計算する(表-1.1)。

表-1.1 データ整理表(データシート、諸元表は含んでいない)

(a) 三角堰の例

越流水深 H (cm)	流量 Q (cm ³ /s)	三角堰(式(1))	
		式(1)右辺C以外 $(8/15)\tan(\theta/2)(2g)H^{5/2}$ (cm ³ /s)	係数 = / C
2.59	208.8	139.3	1.499
1.92	90.8	65.9	1.378
2.33	142.4	106.9	1.333
2.35	137.9	108.6	1.269
2.51	163.1	128.7	1.266
2.68	198.1	151.0	1.312
2.69	178.1	153.1	1.164
2.73	233.7	158.8	1.471
2.93	243.1	189.6	1.283
2.98	264.2	197.7	1.336
3.05	292.5	209.6	1.396
3.07	292.9	213.0	1.375
三角堰のC 平均値		1.340	

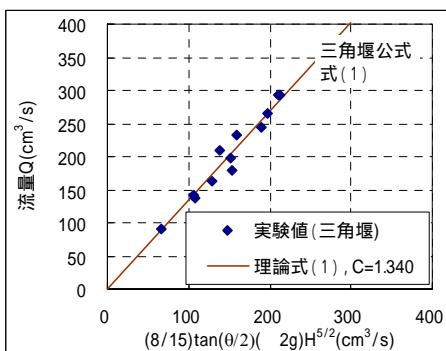
(b) 四角堰の例

越流水深 H (cm)	流量 Q (cm ³ /s)	四角堰(式(2))	
		式(2)右辺C以外 $(2/3)B(\sqrt{2g})H^{3/2}$ (cm ³ /s)	係数 = / C
0.77	21.9	79.8	0.274
1.24	45.7	163.0	0.281
1.30	42.7	174.0	0.246
1.53	54.8	223.4	0.245
1.75	63.2	273.3	0.231
1.84	71.9	294.7	0.244
2.12	84.6	364.4	0.232
2.35	96.9	425.3	0.228
2.43	114.0	447.2	0.255
2.54	113.0	477.9	0.236
2.76	126.6	541.3	0.234
2.82	130.4	559.1	0.233
2.88	135.0	577.0	0.234
2.94	132.7	595.1	0.223
3.05	143.6	628.8	0.228
四角堰のC 平均値		0.242	

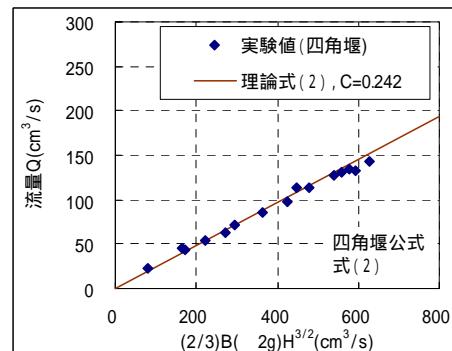
横軸を右辺のC以外の項の値(表1.1)とし、縦軸にQをとったグラフ上で、実験データ(点)と理論式(直線)を比較する。(図-2(a)) この傾きがCである。C一定ならば、直線上にのる。

HOWto1 (式右辺のC以外の項)=表1.1を横軸、Qを縦軸にとってプロットする。(図-1.4参照)

HOWto2 理論式は原点を通る斜めの直線で、傾きはCとなる(式1を見直せ)。で計算したCの平均値をこのグラフの傾きとして描くこと。



(a) 三角堰の例(式(1))



(b) 四角堰の例(式(2))

図-1.4 右辺C以外の項と流量の関係

平均値を C と与えれば式(1)は H と Q 以外のすべてが決まり、理論式は完成する。横軸に H 、縦軸に Q をとったグラフ上に実験データ(点)と理論式(カーブ)を描き、比較する。

HOWto1 図-1.5 のように、実験データはプロット(点)で、理論式はカーブで描く。

HOWto2 理論式のカーブの描き方：表-1.2 の様に、実験データとは別に、少しづつ H を増やして理論式の Q を計算しておき、この $H-Q$ の値をグラフ上にプロットし、それをカーブでつないで描く。式(1)、式(2)それぞれ描くこと。

越流水深 H (cm)	理論式 (三角堰)	
		流量 Q 式(1) (cm^3/s)
1.60		56.0
1.80		75.1
2.00		97.8
2.20		124.1
2.40		154.3
2.60		188.4
2.80		226.8
3.00		269.5
3.20		316.7

Cは表-1.1の各平均値を使用
この表は、図-1.5で理論式のグラフを
描くのに必要。(直線ではないから)

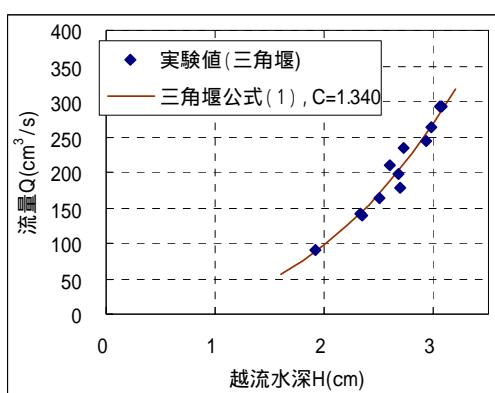
越流水深 H (cm)	理論式 (四角堰) 流量 Q 式(2) (cm^3/s)
0.75	18.5
1.00	28.5
1.25	39.9
1.50	52.4
1.75	66.1
2.00	80.7
2.25	96.3
2.50	112.8
2.75	130.1
3.00	148.3
3.25	167.2
3.50	186.8
3.75	207.2
4.00	228.3

Cは表-1.1の各平均値を使用
この表は、図-1.5で理論式のグラフを
描くのに必要。(直線ではないから)

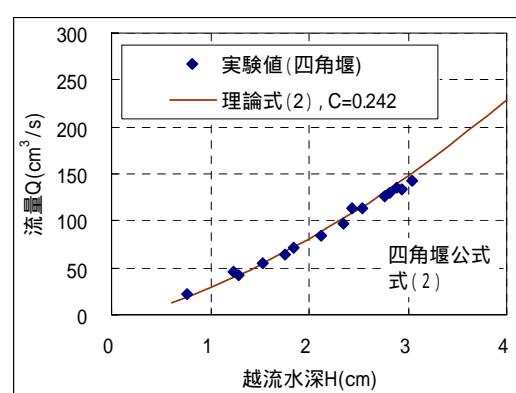
(a)三角堰の例(式(1))

表-1.2 理論式の $H-Q$ グラフ用計算表

(b) 四角堰の例(式(2))



(a)三角堰の例(式(1))



(b) 四角堰の例(式(2))

図-1.5 $H-Q$ 関係

2. 理論導出

堰を越流する際には堰頂部のある部分において支配断面つまり限界水深が発生する。堰の多くは流れに直角に設けられて、堰板の内面から約2mmの間をせき板に直角な平面として、それより外側に向かって約45°の傾斜をつける。これが刃形堰と言い、形によって四角堰、三角堰など形状も様々である。

2.1 三角堰

堰の切り口の形が三角形になった刃形堰を三角堰といい、比較的流量が少ない場合に越流水深を大きくして流量を測るときに使う。三角堰の流量は接近流速を無視するとベルヌーイの式から流速は $v = C\sqrt{2gz}$ として求められ、 C は補正係数である。任意の越流幅 b は, $b=2(H-z)\tan(\theta/2)$ の関係があり、図の微小面積から流量 dQ は流量係数 C を一定として、堰を越流する水深を H とすると

$$\begin{aligned} dQ &= C \cdot v \cdot b \cdot dz \\ &= C \cdot v \cdot (H-z) \cdot \tan(\theta/2) \cdot dz \\ &= C \cdot (H-z) \cdot \tan(\theta/2) \cdot \sqrt{2gz} dz \end{aligned}$$

となる。よって、 z を 0 から H まで積分すれば全流量 Q となる。

$$\begin{aligned} Q &= C \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \int_0^H (H-z) \sqrt{z} dz \\ &= \frac{8}{15} C \sqrt{2g} \tan(\theta/2) H^{5/2} \end{aligned}$$

と任意の三角堰での流量公式が得られた。

特に直角三角堰の場合、 $\theta = 90^\circ$ であるから $\tan(\theta/2) = 1$ より

$$Q = \frac{8}{15} C \sqrt{2g} H^{5/2}$$

となる。なお定数 $\frac{8}{15} C$ を K と置き、 K については以下の黒川・淵沢の実験式がある。

$$Q = K \cdot H^{5/2}$$

$$K = 1.353 + \frac{0.004}{H} + \left(0.14 + \frac{0.2}{\sqrt{H_b}} \right) \left(\frac{H}{B} - 0.09 \right)^2 \quad (\text{ただし単位は, m, sec})$$

適用範囲 $H_b = 0.5m$ ~ $1.2m$, $b = 0.1m$ ~ $0.75m$, $0.07m$ ~ $0.26m$ ($H = \frac{B}{3}$)

K も水深により若干変化するが、ともかく H から流量 Q を求めることが出来る。
本実験では、適用範囲外であるので、用いない。

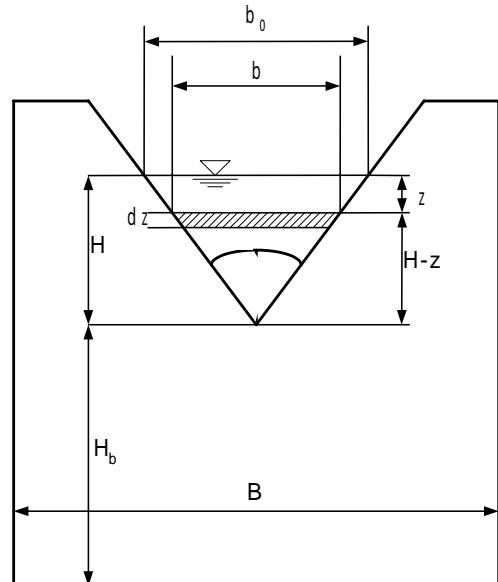


図-2.1 三角堰の概念図

2.2 四角堰

水路幅 b の水路に越流高 z_b , 越流幅 B , 越流水深 H で越流しているものとする。三角堰と同様、また、矩形の大型オリフィスと同様に導くと、右図中斜線部の微小面積は $Bbdz$ である。堰上流側の接近水頭（速度水頭）を無視できるものとすると、ここを流出する流速は、ペルヌイの定理(トリチェリの定理)に従い、流速は $v = C\sqrt{2gz}$ と表される。 C は補正係数である。よって、この微小面積を通過する流量 dQ は、

$$\begin{aligned} dQ &= C \cdot v \cdot b \cdot dz \\ &= C \cdot B \sqrt{2gz} dz \end{aligned}$$

と表され、

$$\begin{aligned} Q &= C \cdot B \sqrt{2g} \int_0^h \sqrt{z} dz \\ &= C \cdot \frac{2}{3} \sqrt{2g} B \cdot H^{3/2} \end{aligned}$$

と表すことが出来る。

流量係数 K を用いると、

$$Q = KBH^{3/2}$$

となる。なお流量係数 K は JIS に用いられている式（板谷・手島の式）によれば、

$$K = 1.785 + \frac{0.00295}{H} + 0.237 \frac{H}{H_b} - 0.428 \sqrt{\frac{(b-B)H}{bz_b}} + 0.034 \sqrt{\frac{b}{z_b}}$$

(適用範囲) $0.5m \leq b \leq 6.3m$, $0.15m \leq B \leq 5m$, $0.15m \leq H_b \leq 3.5m$

$$\frac{BH_b}{b^2} = 0.06, 0.03m \quad H = 0.45\sqrt{B}$$

のように、流量係数は、若干水位の関数となる。本実験では、適用範囲外なので、用いない。

