

水理学演習 期末試験

■注意■

1. 水の密度 $\rho=1000\text{kg/m}^3$, 重力加速度 $g=9.8\text{m/s}^2$, 水の単位体積重量 $\gamma=\rho g=9800\text{N/m}^3=9.8\text{kN/m}^3$ とする。
2. 圧力はゲージ圧(大気圧=0)とし, 単位はパスカル $\text{Pa}=\text{N/m}^2$ で答えよ。
3. 1000 倍を表す k(キロ)を使用して良い。

問題1 曲面に作用する全水圧

図-1 のような, 奥行き $b=10\text{m}$, 半径 $R=2\text{m}$, 中心角 $\theta=90^\circ$ のテンターゲートがある。

これに作用する, 全水圧 P の大きさと, その分圧 P_x, P_y , 作用線の角度 β (または $\tan\beta$) を求めよ。

また, その作用位置 H_c および a を求めよ。

水平分圧 P_x は, 図中の D-B 面に横から作用し, それは, 重心 G での水圧 $\rho g H_G$ と DB 面の面積 $b \times R$ の積である。 ($H_G = H/2 = R/2 = 1\text{m}$)

$$\therefore P_x = \rho g H_G \times bR = 9.8\text{kN/m}^3 \times 1\text{m} \times 10\text{m} \times 2\text{m} = 196\text{kN}$$

その作用位置 H_c は, H_G と断面 2 次モーメント $I_G = \frac{bH^3}{12}$, 断面積 $A_x = bH$ より,

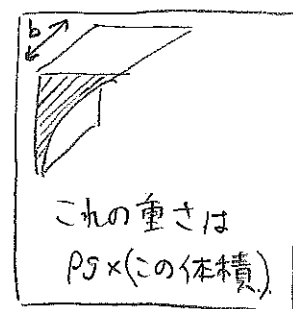
$$H_c = H_G + \frac{I_G}{H_G A_x} = \frac{H}{2} + \frac{bH^3/12}{(H/2) \times (bH)} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3}H \quad \leftarrow \text{暗記もの}$$

$$\therefore H_c' = H - H_c = \frac{H}{3} = 0.667\text{m}$$

鉛直分圧 P_y は, 図 ABD (奥行き $b=10\text{m}$) の内部重量 V' に等しい。

$$V' = \rho g \times (\text{ABD の面積}) \times b$$

$$\begin{aligned} \text{面積} &= \square - \triangle \quad \leftarrow \text{円の } 1/4 \\ &= R^2 - \frac{1}{4} \times \pi R^2 \\ &= 4\text{m}^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4\text{m}^2 = 0.86\text{m}^2 \\ &= 9.8\text{kN/m}^3 \times 0.86\text{m}^2 \times 10\text{m} \\ &= 84.3\text{kN} \end{aligned}$$



その作用位置 a は, 「 P は円弧の中心 O を通るから, P_x, P_y の O 点まわりのモーメントの合計はゼロとなる」 事により, 右回りを正とすると,

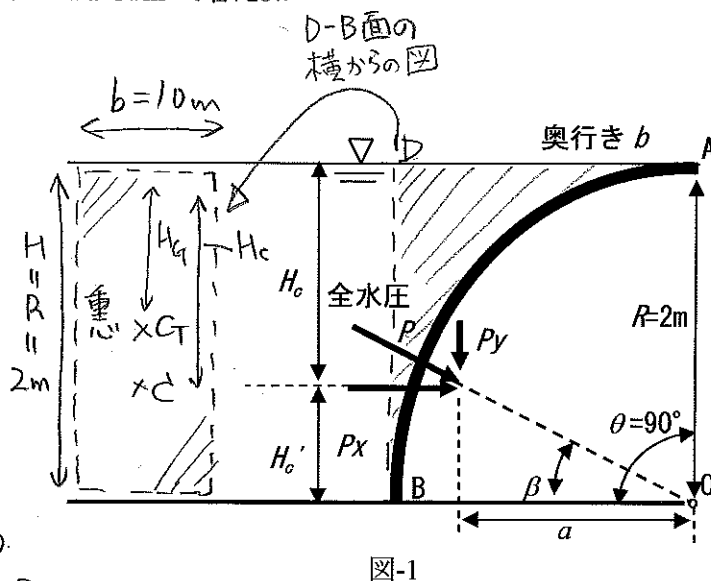
$$P_x \times H_c' - P_y \times a = 0 \quad \text{--- (1)}$$

となる。一応, 作用線の角度は,

$$\tan\beta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{84.3\text{kN}}{196\text{kN}} = 0.430 \quad \text{--- (2)} \quad \left(\beta = \tan^{-1} 0.43 = 0.406\text{rad} = 23.3^\circ \right)$$

よって, 式(1)より

$$a = \frac{P_x}{P_y} \times H_c' = \frac{H_c'}{P_y/P_x} = \frac{H_c'}{\tan\beta} = \frac{0.667\text{m}}{0.430} = 1.55\text{m}$$



問題2 管路（ベルヌイ式、損失あり）

図-2 のようなタンクと管路がある。エネルギー損失は、摩擦損失、入口損失および出口損失を考え、曲がりによる損失は無視する。各損失係数等は図中に示した数値を用い、以下の問いに答えよ。

管： $l_1=10\text{m}$ (A-C 間)
 $l_2=10\text{m}$ (C-B 間)
 $f=0.02$, $D=0.2\text{m}$
 入口損失： $f_e=0.5$
 出口損失： $f_o=1.0$
 曲がり：無視

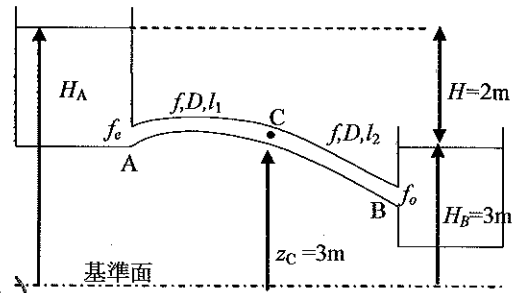


図-2

(1) この管路を流れる流速 v と流量 Q を求めよ。

損失のあるベルヌイ式をタンク A ~ B の間で立てる。

$$E_A = E_B + (\text{A-B 間の損失}) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(E_A = H_A \text{ (水面で } v=0, p=0 \text{ (大気圧), よって位置のみ)})$$

$$(E_B = H_B \text{ (同上)})$$

式①に代入し、 H_B を左辺に移項すると

$$H_A - H_B = H = (\text{A-B 間の損失})$$

$$H = \left(f_e + f \frac{l_1 + l_2}{D} + f_o \right) \frac{v^2}{2g} \quad \left(\rightarrow \frac{v^2}{2g} = \frac{H}{f_e + f \frac{l_1 + l_2}{D} + f_o} = \frac{2\text{m}}{0.5 + 0.02 \times \frac{10\text{m} + 10\text{m}}{0.2\text{m}} + 1.0} = 0.571\text{m} \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\therefore v = \sqrt{2g \times \frac{H}{f_e + f \frac{l_1 + l_2}{D} + f_o}} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times \frac{2\text{m}}{0.5 + 0.02 \times \frac{10\text{m} + 10\text{m}}{0.2\text{m}} + 1.0}} = 3.34 \text{ m/s} //$$

$$\therefore Q = vA = v \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 3.34 \text{ m/s} \times \frac{3.14 \times (0.2\text{m})^2}{4} = 0.105 \text{ m}^3/\text{s} //$$

(2) C 点での圧力水頭と圧力 p_C を求めよ。

$$E_A = E_C + (\text{A-C 間の損失}) \quad \dots \textcircled{4}$$

$$(E_A = H_A)$$

$$(E_C = \frac{v^2}{2g} + z_C + \frac{p_C}{\rho g})$$

$$\text{A-C 間の損失} = \left(f_e + f \frac{l_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

式④に代入

$$H_A = \left(\frac{v^2}{2g} + z_C + \frac{p_C}{\rho g} \right) + \left(f_e + f \frac{l_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\textcircled{2} \text{より}$$

$$\frac{v^2}{2g} = 0.571\text{m}$$

$$H_A = H_B + H$$

$$= 5\text{m}$$

$$\boxed{\text{圧力水頭}} \quad \frac{p_C}{\rho g} = H_A - z_C - \left(1 + f_e + f \frac{l_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g} = 5\text{m} - 3\text{m} - \left(1 + 0.5 + 0.02 \times \frac{10\text{m}}{0.2\text{m}} \right) \times 0.571\text{m} = 0.573\text{m} //$$

$$\therefore p_C = \rho g \times 0.573\text{m} = 9.8 \text{ kN/m}^3 \times 0.573\text{m} = 5.6 \text{ kPa} //$$

問題3 開水路の流れの分類（常流と射流）

図-3 のように、幅 $B=10.0\text{m}$ の矩形断面水路に、水深 $H=0.5\text{m}$ で流量 $Q=20.0\text{m}^3/\text{s}$ が流れている。このとき、流れは常流か射流か、判定せよ。

$$\text{断面積 } A = BH = 10\text{m} \times 0.5\text{m} = 5\text{m}^2$$

$$Q = vA \text{ より 流速 } v \text{ は}$$

$$v = Q/A = 20\text{m}^3/\text{s} / 5\text{m}^2 = 4\text{m/s}$$

フルード数を求める。

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gH}} = \frac{4\text{m/s}}{\sqrt{9.8\text{m/s}^2 \times 0.5\text{m}}} = 1.8 > 1$$

$Fr > 1$ は射流である。よってこの流れは射流である。 図-3

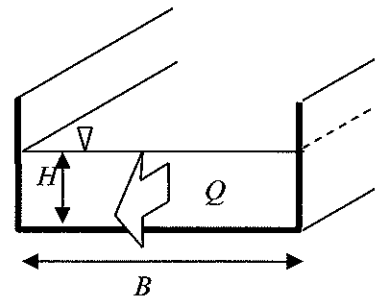


図 これまでの得点分布状況

