

水理学演習 期末試験

■注意■

- 水の密度 $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, 重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$, 水の単位体積重量 $\gamma=\rho g=9800 \text{ N/m}^3=9.8 \text{ kN/m}^3$ とする。
- 圧力はゲージ圧(大気圧=0)とし, 単位はパスカル $\text{Pa}=\text{N/m}^2$ で答えよ。
- 1000倍を表すk(キロ)を使用して良い。

問題1 曲面に作用する全水圧

図-1のよう, 奥行き $b=10 \text{ m}$, 半径 $R=2 \text{ m}$, 中心角 $\theta=90^\circ$ のテンターゲートがある。

これに作用する, 全水圧 P の大きさと, その分圧 P_x, P_y , 作用線の角度 β (または $\tan \beta$)を求めよ。

また, その作用位置 H_c および a を求めよ。

水平分圧 P_x は, 図中のD-B面に
積から作用し, それは, 重心 G での
水圧 $\rho g H_g$ と D-B面の面積 $b \times R$
の積である。 $(H_g = H/2 = R/2 = 1 \text{ m})$

$$\therefore P_x = \rho g H_g \times bR = 9.8 \text{ kN/m}^3 \times 1 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 196 \text{ kN} //$$

その作用位置 H_c は, H_g と断面2次モーメント $I_g = \frac{bH^3}{12}$, 断面積 $A_g = bH$ より

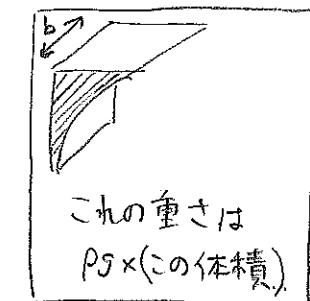
$$H_c = H_g + \frac{I_g}{H_g A_g} = \frac{H}{2} + \frac{bH^3/12}{(H/2) \times (bH)} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3}H \quad \leftarrow \text{暗記もの} \quad []$$

$$\text{よし} \quad H_c' = H - H_c = \frac{H}{3} = 0.667 \text{ m} //$$

鉛直分圧 P_y は, 図ABD(奥行き $b=10 \text{ m}$)の内部重量 V' 等しい。

$$V' = \rho g \times (ABD \text{ の面積}) \times b$$

$$\begin{aligned} \text{面積} &= \text{長方形} - \text{円の} \frac{1}{4} \\ &= R^2 - \frac{1}{4} \times \pi R^2 \\ &= 4 \text{ m}^2 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 4 \text{ m}^2 = 0.86 \text{ m}^2 \\ &= 9.8 \text{ kN/m}^3 \times 0.86 \text{ m}^2 \times 10 \text{ m} \\ &= 84.3 \text{ kN} // \end{aligned}$$



その作用位置 a は, 「 P は円弧の中心 O を通るから, P_x, P_y の O まわりのモーメントの合計はゼロとなる」事により, 右回りを正とすると,

$$P_x \times H_c' - P_y \times a = 0. \quad \text{--- (1).}$$

となる。一方, 作用線の角度 β ,

$$\tan \beta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{84.3 \text{ kN}}{196 \text{ kN}} = 0.430 // \quad \text{--- (2)} \quad \left(\beta = \tan^{-1} 0.43 = 0.406 \text{ rad} = 23.3^\circ // \right)$$

よし, 式(1)より

$$a = \frac{P_x}{P_y} \times H_c' = \frac{H_c'}{P_y/P_x} = \frac{H_c'}{\tan \beta} = \frac{0.667 \text{ m}}{0.430} = 1.55 \text{ m} //$$

問題2 管路 (ベルヌイ式、損失あり)

図-2 のようなタンクと管路がある。エネルギー損失は、摩擦損失、入口損失および出口損失を考え、曲がりによる損失は無視する。各損失係数等は図中に示した数値を用い、以下の問いに答えよ。

(1) この管路を流れる流速 v と流量 Q を求めよ。

損失のあるベルヌイ式で $A \sim B$ の向でたてる。

$$E_A = E_B + (A-B \text{ 向の損失}) \quad \dots \quad ①$$

$$\begin{cases} E_A = H_A & (\text{水面で } \mu=0, p=0 \text{ (大気圧), より位置のみ)} \\ E_B = H_B & (\text{ 同上}) \end{cases}$$

式①に代入し、 H_B を左辺に移項すると

$$H_A - H_B = H = (A-B \text{ 向の損失})$$

$$H = \left(f_e + f \frac{\ell_1 + \ell_2}{D} + f_o \right) \frac{v^2}{2g} \quad \left(\rightarrow \frac{v^2}{2g} = \frac{H}{f_e + f \frac{\ell_1 + \ell_2}{D} + f_o} = \frac{2m}{3.5} = 0.57 \text{ m} \right)$$

$$\therefore v = \sqrt{2g \times \frac{H}{f_e + f \frac{\ell_1 + \ell_2}{D} + f_o}} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times \frac{2m}{0.5 + 0.02 \times \frac{10m + 10m}{0.2m} + 1.0}} = 3.34 \text{ m/s} \quad \text{--- (2)}$$

$$\therefore Q = vA = v \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 3.34 \text{ m/s} \times \frac{3.14 \times (0.2m)^2}{4} = 0.105 \text{ m}^3/\text{s} \quad //$$

(2) C 点での圧力水頭と圧力 p_c を求めよ。

$$E_A = E_c + (A-C \text{ 向の損失}) \quad \dots \quad ④$$

$$E_A = H_A$$

$$E_c = \frac{v^2}{2g} + z_c + \frac{p_c}{\rho g}$$

$$A-C \text{ 向の損失} = \left(f_e + f \frac{\ell_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{式④に代入, } H_A = \left(\frac{v^2}{2g} + z_c + \frac{p_c}{\rho g} \right) + \left(f_e + f \frac{\ell_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$$

②より

$$\frac{v^2}{2g} = 0.57 \text{ m}$$

$$\begin{cases} H_A = H_B + H \\ = 5 \text{ m} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{圧力水頭}} \quad \frac{p_c}{\rho g} = H_A - z_c - \left(1 + f_e + f \frac{\ell_1}{D} \right) \frac{v^2}{2g} = 5 \text{ m} - 3 \text{ m} - \left(1 + 0.5 + 0.02 \frac{10 \text{ m}}{0.2 \text{ m}} \right) \times 0.57 \text{ m} = 0.573 \text{ m} \quad //$$

$$\therefore p_c = \rho g \times 0.573 \text{ m} = 9.8 \text{ kN/m}^3 \times 0.573 \text{ m} = 5.6 \text{ kPa} \quad //$$

問題3 開水路の流れの分類 (常流と射流)

図-3 のように、幅 $B=10.0 \text{ m}$ の矩形断面水路に、水深 $H=0.5 \text{ m}$ で流量 $Q=20.0 \text{ m}^3/\text{s}$ が流れている。このとき、流れは常流か射流か、判定せよ。

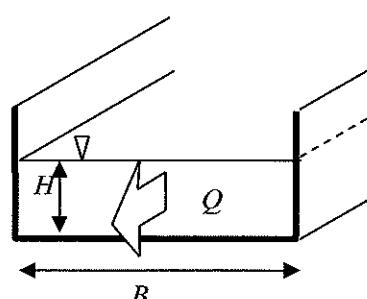
$$\text{断面積 } A = BH = 10 \text{ m} \times 0.5 \text{ m} = 5 \text{ m}^2$$

$Q = vA$ は、流速 v は。

$$v = Q/A = 20 \text{ m}^3/\text{s} / 5 \text{ m}^2 = 4 \text{ m/s}$$

フルード数を求める。

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gH}} = \frac{4 \text{ m/s}}{\sqrt{9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.5 \text{ m}}} = 1.8 > 1$$



$Fr > 1$ は射流である。よってこの流れは射流である。図-3 //

