# 管路に高速で水を流す時、どれだけ水温が上がるか、を計算する（修正版）

マニングの式（流速 $v$）

$$v = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \tag{1}$$

I はエネルギー勾配で、ある区間 L を流れる間に全水頭(全エネルギー/重量)の減少量⊿h の長さあたりの割合。

$$I = \frac{\Delta h}{L} \tag{2}$$

エネルギー（J の単位）に治すと、区間の上流と下流の間の、単位体積あたりのエネルギーの減少量⊿E は、両辺に単位体積重量$\rho g L$ をかけて、

$$\Delta E = \rho g L I \tag{3}$$

となる。

式(1)を $I$ について整理すると、

$$I = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} \tag{4}$$

水理径深 $R$ は、満管で流れる円管では、$A/S$(潤辺長)により、$R=D/4$（$D$:内径）より

$$I = \frac{n^2 v^2}{(D/4)^{4/3}} \tag{5}$$

連続式

$$Q = vA = v\pi D^2/4 \tag{6}$$

より、流速 $v$ を流量 $Q$ に治すと、

$$v = \mathrm{Q}/(\pi D^2/4) \tag{7}$$

を式(5)に代入して

$$I = \frac{n^2 Q^2}{(\pi D^2/4)^2 (D/4)^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2 4^{3+1/3}}{\pi^2 D^{5+1/3}} \tag{8}$$

式(3)から、距離 L を流れる間に単位体積の水が失うエネルギーは、

$$\Delta E = \rho g L \frac{n^2 Q^2 4^{3+1/3}}{\pi^2 D^{5+1/3}} \tag{9}$$

これだけのエネルギーが、全て熱に変わるとし、すべて水温の上昇に使われたとする。

水の比熱（質量あたりに、1℃=1K だけ水温を上げるのに必要な熱量 J、単位：J/(kg・K)）を C とすると、単位体積あたりの質量＝密度に対して、⊿T(℃)上がるときに、同量のエネルギーが失われるから、

$$\Delta E = \rho C \Delta T \qquad (10)$$

となり、式(9)(10)から、水温上昇量は、

$$\Delta T = \frac{gL}{C}\frac{n^2 Q^2 4^{3+1/3}}{\pi^2 D^{5+1/3}} \qquad (11)$$

ここで例として、この式を使って、長さ L=100m、粗度係数 n=0.013 で内径 13mm の塩ビパイプに流量 Q=3.0L/s を流した時の、水温上昇量を計算してみよう。

区間長：$L$=100m
粗度係数：$n$=0.013
管の内径：$D$=0.013m（断面積：$A=\pi D^2/4=1.3\times10^{-4}\mathrm{m}^2$）
流量：$Q=3.0\times10^{-3}\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$（流速は $v=Q/A$=約 22.6m/s、通過時間は $L/v$=4.42s）
重力加速度：$g=9.8\mathrm{m/s}^2$
水の比熱：$C$=4.2kJ/(kg・K) =4200 $\mathrm{m}^2$/ ($\mathrm{s}^2$・K)
円周率：$\pi$=3.14

これらを式(11)に代入すると、水温低下量は、
⊿$T$＝1.65℃
となる。