

1.2 実験結果と比較するための理論式

(1) 摩擦損失

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

(ダルシー・ワイズバッハ Darcy-Weisbach の式)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2 \log_{10} \left(\frac{2k_s}{D} + \frac{18.7}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

(コールブルック Colebrook の式)

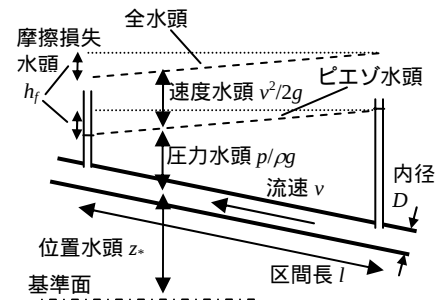


図-1.3 摩擦損失（内径一定）

ここに、

 v : 管内の平均流速 (cm/sec) , h_f : 損失水頭 (cm) ,

(=管路のある区間の上流端と下流端での全水頭の差)

 f : 摩擦損失係数 (無次元, 単位がない) , g : 重力加速度 (980cm/sec²) , k_s : 相当粗度 (cm, 管の壁面の粗さ, 本実験では 0cm) D : 管の直径 (cm) l : 管の区間の長さ (cm) $Re = vD/\nu$: レイノルズ数, 2320 以上で乱流 (以下は層流) ν : 動粘性係数 (水の粘りを表す, 20℃ で約 0.010cm²/s)

である。変化する量は速度水頭 $v^2/2g$ と損失水頭 h_f であり, h_f は速度水頭にほぼ比例する。式 (1) において, 摩擦損失係数 f はほぼ一定になる。その値が予めわかれば, 摩擦損失がどの程度になるか予測でき, 設計に使える。経験的に f の値は管の粗さ k_s によってほぼ決まり, 滑面ではレイノルズ数 Re によって変化することがわかっている。本実験では, アクリルパイプを用いているので滑面 ($k_s=0$) である。

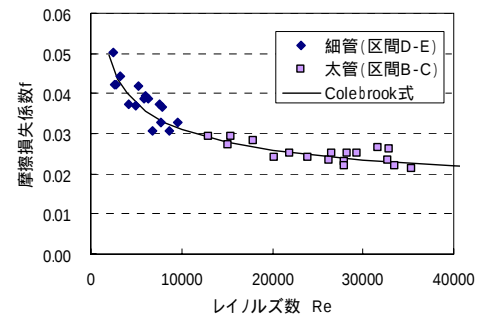


図-1.4 レイノルズ数と摩擦損失係数

本実験では、

実験データ (速度水頭 $v^2/2g$ と h_f) から式 (1) で摩擦損失係数 f を求めるとどの程度になるのか、

式 (2) のようなレイノルズ数の関数となるかどうか、

の 2 点について図-1.4 のようなグラフで確認する。

本実験では、太い管 (直径 $D_1=D_w$) と細い管 (直径 $D_2=D_n$) の 2 種類でデータを集める。

→ 具体的な整理方法は、1.4 で説明する

(理論式つづき)

(2) 急拡大損失・急縮損失

$$h_{se} = \zeta_{se} \frac{v_n^2}{2g} \quad (3) \text{ (急拡大)}$$

$$h_{sc} = \zeta_{sc} \frac{v_n^2}{2g} \quad (4) \text{ (急縮)}$$

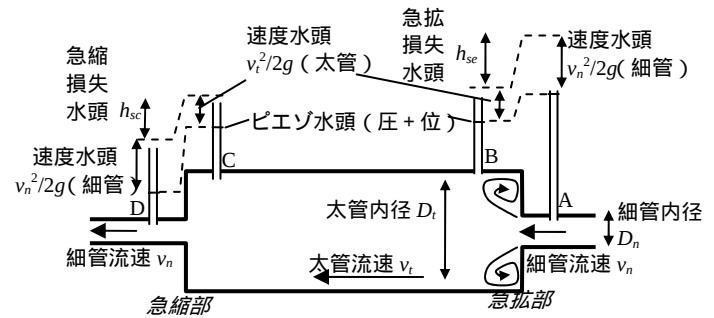


図-1.5 急拡大・急縮

ここに

v_n : 細い管の平均流速 (cm/sec), $v_n = Q/A_n$, Q : 流量 (cm³/sec), A_n : 細い管の断面積 (cm²)

h_{se} : 急拡大部損失水頭 (cm), 急拡大部の上流側と下流側での全水頭の差

h_{sc} : 急縮部損失水頭 (cm), 急縮部の上流側と下流側での全水頭の差

ζ_{se} : 急拡大部損失係数 (無次元, 単位なし) (ギリシャ文字は「ツェータ」「ゼータ」と読む)

ζ_{sc} : 急縮部損失係数 (無次元, 単位なし)

g : 重力加速度 (980cm/sec²),

変化する量は細管の速度水頭 $v_n^2/2g$ と損失水頭 h_{se} または h_{sc} であり, 損失水頭は細管の速度水頭にはほぼ比例する。式 (3) (4) において, 損失係数はいずれもほぼ一定になると言われている。そこで, ここでは損失係数 ζ_{se} , ζ_{sc} が未知だが,

(1) 一定になるか (ばらつくか),

(2) 平均値を計算し, 理論的な値・経験的な値に近いかどうか確認する。

$$\text{急拡大損失係数の理論式 (Borda-Carnot 式) } \zeta_{se} = (1 - A_n/A_t)^2, \quad (5)$$

ただし, A_t : 太い管の断面積 (cm²)

$$\text{急縮損失係数の経験的値: } \zeta_{sc} = 0.481 - 0.489 A_n/A_t \quad (6)$$

横軸に細管のレイノルズ数 Re の値とし, 縦軸に各損失係数 ζ_{se} , ζ_{sc} をとったグラフ上で, 一定かどうか確認する。(図-1.6(a) (b))

→ 具体的な整理方法は, 1.4 で説明する

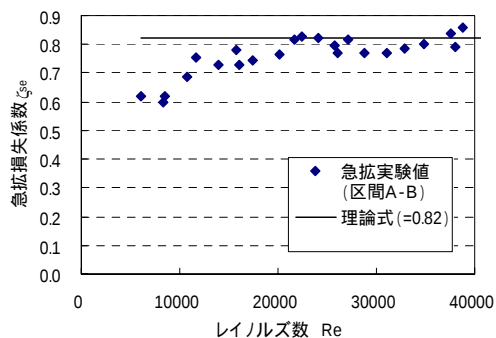
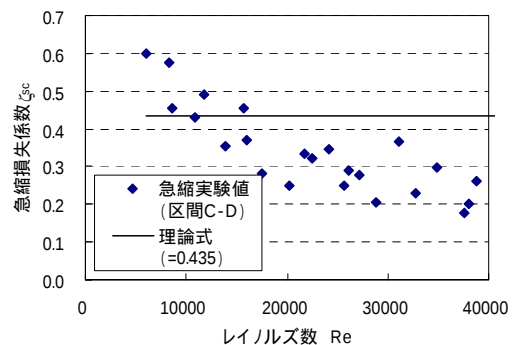
(a) レイノルズ数 Re と急拡大損失係数 ζ_{se} (b) レイノルズ数 Re と急縮損失係数 ζ_{sc}

図-1.6 整理するグラフの例 (局所損失)

1.3 実験装置の概要

図-1.7 に示しているように、下流側のバルブで流量調整し、出口で流量計測する。また、管の壁面から 5 点でマンノメータが接続されており、ピエゾ水頭（→復習せよ）を計測できるようになっている。

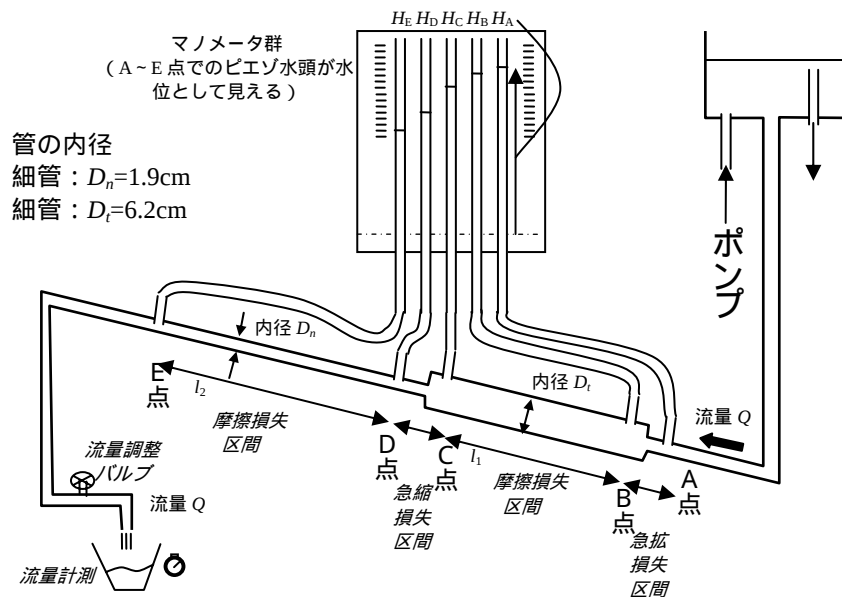


図-1.7 実験装置の概要

1.4 計測方法と整理の方法

変化する量は、各損失区間での速度水頭と、損失水頭である。

(1) 諸元の把握と計測

計測を始める前に、変化しない量（諸元）を把握しておく必要がある。

質問：それは何か？ 答え：細管の _____
 太管の _____
 区間 B-C の _____ (太管)
 区間 D-E の _____ (細管)

(2) 変量（ピエゾ水頭、流量）の計測

ある流量（バルブ開度）における計測は、以下を行う。

- 流量 Q は 3 回ずつ計測する。流量（単位時間あたりに流れる体積）を直接測ることはできないので、水路下端でバケツで捉える体積 V をその時間 t で割って流量 Q とする。体積は、電子天秤で重量を計り、比重を 1 として体積に変換する。（つまり、 $1g=1cm^3$ ）これを 3 回繰り返して 3 つの Q ($Q_1 \sim Q_3$) を得、これらを平均して、そのバルブ開度に対応する Q とする。
- A 点～E 点でのピエゾ水頭、 $H_A \sim H_E$ を読み取る。脚立に登るので足元に注意すること。次項の 整理方法（計算回数少ない）をとる場合は、隣同士のピエゾ水頭の水位差 ΔH_{A-B} , ΔH_{B-C} , ΔH_{C-D} , ΔH_{D-E} をその場で計算し記録する。

下流端バルブを操作して流量を順次変化させ、上記の計測を 10 回程度繰り返す。

→ どのようなデータシートにすればよいか考えよ。

(3) 実験後の整理

1. 2 で説明した確認事項について具体的に示す .

実験で計測したのは, A 点 ~ E 点でのピエゾ水頭 $H_A \sim H_E$ (または, 隣接するピエゾ水頭差 $\Delta H_{A-B} \sim \Delta H_{D-E}$) と流量 Q である . このままでは, 式 (1) ~ (4) と比較できない . 損失係数を計算するために, 1. 2 で述べたように, 各区分での損失と速度水頭の組みを求める必要がある . 各計測区分での損失水頭と速度水頭を整理の内容は表 1-1 のようになるだろう .

表-1.1 各損失区分と対応する理論式・および諸量

区分	理論式	損失水頭	式(1)(3)(4)の右边を採用する速度水頭
摩擦損失区分 B-C 間 (太管),	式 (1),	摩擦損失水頭 $h_{f1} = B$ 点全水頭 - C 点全水頭	, 太管速度水頭 $v_t^2/2g$
摩擦損失区分 D-E 間 (細管),	式 (1),	摩擦損失水頭 $h_{f2} = D$ 点全水頭 - E 点全水頭	, 細管速度水頭 $v_n^2/2g$
急拡大損失区分 A-B 間 (細→太),	式 (3),	急拡大損失水頭 $h_{se} = A$ 点全水頭 - B 点全水頭	, 細管速度水頭 $v_n^2/2g$
急縮小損失区分 C-D 間 (太→細),	式 (4),	急縮小損失水頭 $h_{sc} = C$ 点全水頭 - D 点全水頭	, 細管速度水頭 $v_n^2/2g$

このために, 以下のデータを順に計算し求める .

(a) 速度水頭の求め方:

まず, 太管での流速 $v_t = Q/A_t$, 細管の流速 $v_n = Q/A_n$, を求める .

そして, 太管・細管のそれぞれの速度水頭 $v_t^2/2g$, $v_n^2/2g$ を求める .

A 点, D 点, E 点では細管速度水頭, B 点, C 点では太管速度水頭を持つことに注意する .

(b) 損失水頭の求め方:

損失水頭を求める方法は 2 つある . いずれかの方法で求める . の方が計算ステップが少ない .

区分両側の点での全水頭を求めから, 隣同士でその差を求める方法である .

まず, A ~ E の各地点で, ピエゾ水頭 $H_A \sim H_E$ に速度水頭を加えて全水頭 $E_A \sim E_E$ を計算する .

次に, 各区分の上流側全水頭から下流側全水頭を引いて, その区分の損失水頭とする .

(例: 区分 B-C 摩擦損失 : $h_{f1} = E_B - E_C$)

記録しておいた各区分のピエゾ水頭差と, 速度水頭差 (上流点の値 - 下流点の値) を加えて

計算する . (例: 区分 A-B 急拡大損失 : $h_{se} = \Delta H_{A-B} + A$ 点の速度水頭 - B 点の速度水頭)

速度水頭が上流下流で同じ場合 (摩擦損失区分) は, ピエゾ水頭差が損失水頭になる

こうして, 各区分の速度水頭と損失水頭の組が求められる .

(c) 式 (1) (3) (4) に従って, 損失水頭各損失係数を求める .

区分 B-C の摩擦損失係数 f は 式 (1) を, f の式に変形して求めよ .

区分 D-E の摩擦損失係数 f は //

区分 A-B の急拡大損失係数 ζ_{se} は 式 (3) を, ζ_{se} の式に変形して求めよ

区分 D-E の急縮小損失係数 ζ_{sc} は 式 (4) を, ζ_{sc} の式に変形して求めよ .

(d) レイノルズ数 Re の計算 .

摩擦損失係数はレイノルズ数 Re の関数となるので, 太管, 細管, それぞれの Re を求めておく .

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (\text{分母は動粘性係数, } 20^\circ\text{C で約 } 0.010\text{cm}^2/\text{s}, \text{ギリシャ文字の「ニュー」})$$

表-1.2 損失係数計算表の項目の例 (方法 の場合)

流量	ピエゾ水頭差 (cm)				平均流速 (cm/s)		速度水頭 (cm)		摩擦損失水頭	摩擦損失係数	摩擦損失水頭	摩擦損失係数	急拡大損失水頭	急拡大損失係数	急縮小損失水頭	急縮小損失係数	レイノルズ数 Re	
Q (cm^3/s)	ΔH_{AB}	ΔH_{BC}	ΔH_{CD}	ΔH_{DE}	太管 v_t	細管 v_n	太管 $v_t^2/2g$	細管 $v_n^2/2g$	h_{f1} (cm)	f_1	h_{f2} (cm)	f_2	h_{se} (cm)	ζ_{se}	h_{sc} (cm)	ζ_{sc}	太管 $v_t D_t / \nu$	細管 $v_n D_n / \nu$

(4) 各損失係数の理論値・経験値との比較

摩擦損失係数 f は、細管、太管でそれぞれどの程度になるのか、式(2)のようなレイノルズ数 Re の関数となるかどうか。

HOWto → 表-1.2 から、太管(区間 B-C)、細管(区間 D-E)でそれぞれどの程度となるのか。

HOWto → 図-1.8 のように、グラフで横軸に Re 数、縦軸に摩擦損失係数を取り、実験値(太管、細管)と理論値(曲線)を描く。理論値は、式(2)の Colebrook 式だが、滑面($k_s=0$)では表-1.3 の値となるのでこれを用いて描いてよい。

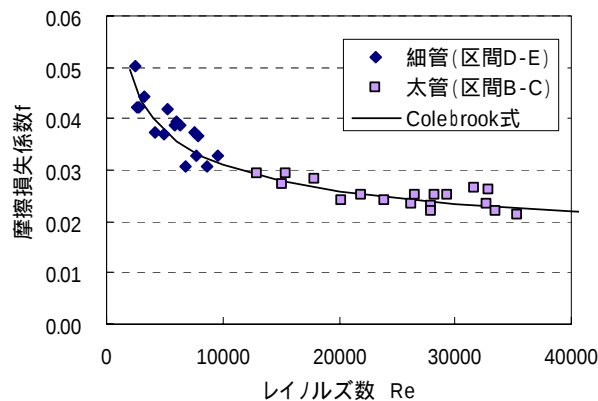


図-1.8 レイノルズ数と摩擦損失係数
(図-1.4 と同じ)

表-1.3 Colebrook 式(3)の値(滑面)

Re数	摩擦損失係数 f
2000	0.0495
3000	0.0436
4000	0.0400
6000	0.0356
8000	0.0328
10000	0.0309
15000	0.0278
20000	0.0259
30000	0.0235
40000	0.0220
50000	0.0209

急拡大損失係数 ζ_{se} 、急縮損失係数 ζ_{sc} について、

(1) 一定になるか(ばらつくか)、

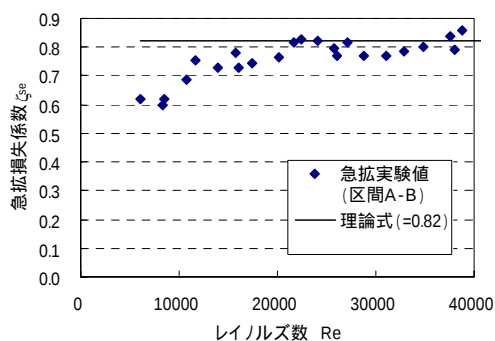
(2) 平均値を計算し、式(5)(6)の理論値・経験値と比較する。

横軸に細管のレイノルズ数 Re の値とし、縦軸に急拡大損失係数 ζ_{se} 、または急縮損失係数 ζ_{sc} をとったグラフを描き、一定かどうか確認する。(図-1.9)

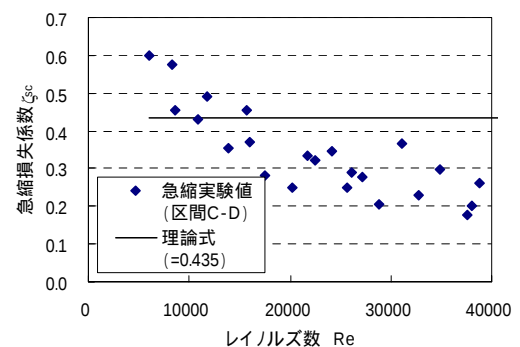
HOWto → 表-1.3 において、急拡大損失係数 ζ_{se} 、急縮損失係数 ζ_{sc} の平均値をそれぞれ求めておく。

急拡大については理論値(式(5))と比較し、急縮損失については経験値(式(6))と比較する。

HOWto → 図-1.9 については、横軸にレイノルズ数(実験の細管値)を取り、縦軸に損失係数を用いる。式(5)の値(急拡大、図-1.9(a))および式(6)の値(急縮、図-1.9(b))を、比較のため、一定値として水平に引く。



(a) レイノルズ数 Re と急拡大損失係数 ζ_{se}



(b) レイノルズ数 Re と急縮損失係数 ζ_{sc}

図-1.9 整理するグラフの例(局所損失、図-1.6 に同じ)

2. 理論(管路の損失)

一般に管路や開水路の定常流はエネルギー損失を伴う。ここでは、管路を中心に上げ、損失を考慮したベルヌイ式を考える。いま、管路におけるある 2 つの断面間をコントロールボリュームにとると、ベルヌイ式は次の様に拡張される。(i は管の区分, j は局所損失毎を表す)

$$E_1 = E_2 + \sum_i f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_j \zeta_j \frac{v_j^2}{2g} \quad (9) \quad (\rightarrow \Delta E = E_1 - E_2 = \sum_i f_i \frac{l_i}{D_i} \frac{v_i^2}{2g} + \sum_j \zeta_j \frac{v_j^2}{2g})$$

ここに、右辺第 2 項は摩擦損失、第 3 項は形状損失を表す。これらは、コントロールボリューム(断面 1 と 2 の間)での損失水頭の和である。詳細は以下に示す。

摩擦損失水頭 h_f は、長さ l の区間において、管の内径 D および水理径深 R が一定であれば、摩擦損失係数 f (無次元) を導入して、次式で表される。($D=4R$)

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} = f \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g} \quad (10)$$

摩擦損失係数 f は一般に層流や滑らかな壁面では流れの状態 (Reynolds 数) の関数になる。粗面、滑面両方で使える式として、コールブルック Colebrook 式が提案されている。

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2 \log_{10} \left(\frac{2k_s}{D} + \frac{18.7}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (11)$$

ここに、

k_s : 相当粗度 (cm, 管の壁面の粗さ, 本実験では 0cm)

$\text{Re} = vD/\nu$: レイノルズ数, 2320 以上で乱流 (それ以下は層流) であることを示す。

ν : 動粘性係数 (水の粘りを表す, 20 で約 $0.010 \text{ cm}^2/\text{s}$)

十分粗く完全乱流においては、一定値を取り、Manning の粗度係数 n とも関係を持つ。

$$f = \frac{8gn^2}{R^{1/3}} = \frac{124.5n^2}{D^{1/3}} \quad (12) \quad (\text{m, s 単位系})$$

一方、**局所損失、形状損失** h_l は形状損失係数 ζ を用いて一般に次式で示される。

$$h_l = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad (13)$$

損失部前後で内径に変化がある場合、 v は細い方の管の流速で表す。各損失係数を次に示す。

入口損失 ζ_e : 形状によって変化する。(およそ 0.5.)

出口損失 ζ_o : 一般に、 $\zeta_o=1$ とする。(急拡における $A_t=\infty$ に相当)

急拡 ζ_{se} : Carnot-Borda 式 $\zeta_{se} = (1 - A_1/A_2)^2$

A_n, A_t : 入口側(細管), 出口側(太管)断面積, 運動量保存則等から得られる。

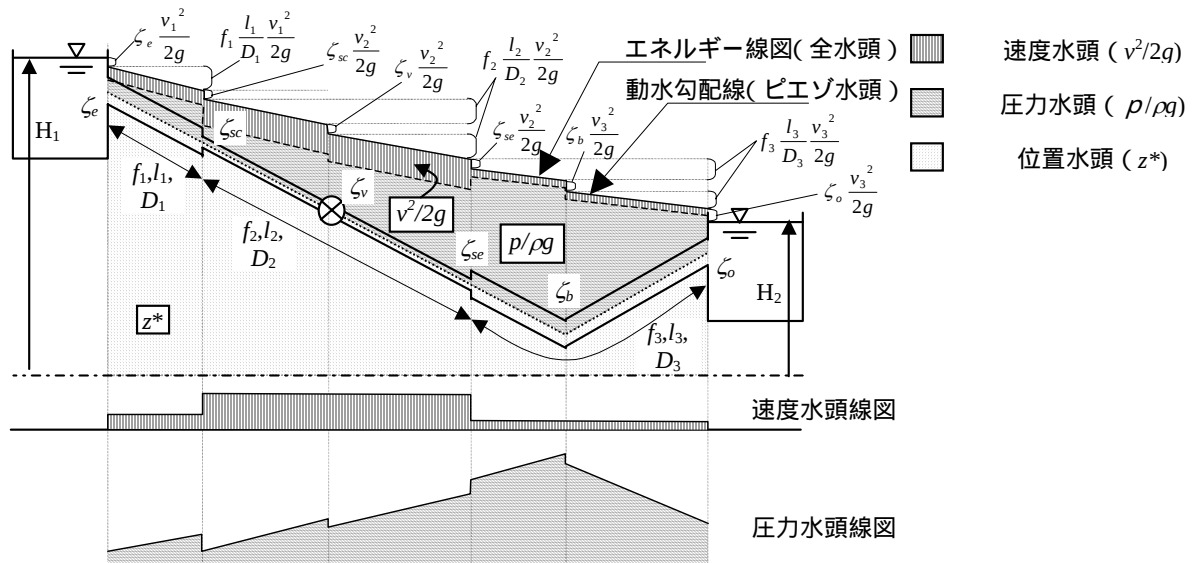
急縮 ζ_{sc} : Weisbach の実験結果等から, A_n/A_t と関連づけられている。

およそ $\zeta_{sc} = 0.481 - 0.489 A_n/A_t$ となることが経験的にわかっている。

バルブ ζ_v : バルブ弁の種類・開度で変化する .

曲がり・屈折 ζ_b : 曲率・中心角等により変化する .

その他 (漸拡, 分岐・合流)



$$\Delta E = E_1 - E_2 = H_1 - H_2$$

$$= \left(f_1 \frac{l_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} + f_2 \frac{l_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} + f_3 \frac{l_3}{D_3} \frac{v_3^2}{2g} \right) + \left(\zeta_e \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_{sc} \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_v \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{se} \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_b \frac{v_3^2}{2g} + \zeta_o \frac{v_3^2}{2g} \right) \quad (14)$$

解法のヒント :

流量を求める問題の場合 : 全水頭が既知である断面と , 流速以外 , 或いは全水頭が既知である断面間で上式(14)又は(9)式を立て , 流速を流量で記述 ($v=Q/A$) して得られる .

既知の条件 : タンク部では一般に速度水頭は無視でき , この水面がそこでの全水頭となる .

大気への放水部 : 圧力水頭が 0 である . 全水頭は , 速度水頭と位置水頭の和となる .

管路における位置水頭は普通既知である .

流量と断面積が既知の断面では , 速度水頭が既知である .

ピエゾメータの水面が既知であれば , ピエゾ水頭は既知 . (圧力 + 位置) など

エネルギー線図・圧力線図等 :

全水頭線は , 上流から摩擦損失・局所損失を考慮して引く .

上記の方法で流量を求め , 速度水頭を得る .

全水頭から速度水頭を差し引くことで動水勾配線 (ピエゾ水頭線) が描ける .

ピエゾ水頭線図から位置水頭をひくことで , 圧力水頭線図が描ける .

実験での問題 損失水頭の計算の仕方 .

まず, 以下の点を確認しよう .

- ・ 損失水頭は, 区間の上流点と下流点での全水頭の差 (低下量) である .
- ・ 全水頭は, ピエゾ水頭 (= 位置水頭 + 圧力水頭) と, 速度水頭の和である .
- ・ 実験でマノメータの水位を読んでいるが, これはピエゾ水頭である .

損失水頭 = 上流全水頭 - 下流全水頭

$$= (\text{上流速度水頭} + \text{上流ピエゾ水頭}) - (\text{下流速度水頭} + \text{下流ピエゾ水頭}) \quad (\text{あ})$$

$$= (\text{上流ピエゾ水頭} - \text{下流ピエゾ水頭}) + (\text{上流速度水頭} - \text{下流速度水頭})$$

$$= (\text{ピエゾ水頭低下量 (上流 - 下流)}) + (\text{速度水頭差 (上流 - 下流)}) \quad (\text{い})$$

$$= \text{マノメータの読みの差 (上流 - 下流)} + (\text{速度水頭差 (上流 - 下流)}) \quad (\text{う})$$

その評価の仕方は, 摩擦損失では簡単に求められる .

摩擦損失区間:

管の内径は区間の間で一定なので, 断面積も一定 . 流量を断面積で割ると流速になるので, 流速も一定 . よって, 区間の上流から下流にかけては, 速度水頭が一定 . 区間での速度水頭差はゼロとなる . 上式の (い) において, 第 2 項はゼロとなるので, 摩擦損失区間での損失水頭は, このマノメータの水位差と一致する .

つまり, 内径一定の摩擦損失区間である区間 B-C, 区間 D-E では, マノメータの差が損失水頭となる .

急拡・急縮損失区間

摩擦損失区間と違い, 速度水頭は入り口側と出口側で異なるので, 次の 2 つのどちらかによる .

上式の (あ) に基づく方法: 上流点, 下流点それぞれで, 全水頭 = ピエゾ水頭 (マノメータ読み) + 速度水頭 を求め, その差 (低下量) を損失水頭とする .

上式の (う) に基づく方法: マノメータの読みの差に, 速度水頭差を加える方法 . ただし, 上流の値から下流の値を引くので, 急縮の場合は, 速度水頭差は負となる . (上流側が管が大きいので, 流量 Q 一定だと断面積大きいほうが流速は小さい)