

外部とエネルギーの授受がある場合

1) 送風機やポンプにより流体にエネルギーが与えられる場合

(上流のエネルギーの和) = (下流のエネルギーの和) - (供給されたエネルギー)

の関係となる。したがって、ベルヌーイの定理は

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 - I_p$$

I_p : 流体に供給された単位質量当たりのエネルギー

である。したがって、供給されたエネルギー E は、質量 ρQ を掛けて、

$$E = \rho Q I_p = \rho Q \left\{ \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) \right\}$$

となる。

さらに、連続の式より

$$E = \rho V_1 A_1 I_p = \rho V_1 A_1 \left\{ \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) \right\}$$

となる。

2) 風車や水車により流体からエネルギーが取り出される場合

(上流のエネルギーの和) = (下流のエネルギーの和) + (取り出されたエネルギー)

の関係となる。したがって、ベルヌーイの定理は

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + I_T$$

I_T : 流体から取り出された単位質量当たりのエネルギー

となる。したがって、取り出されたエネルギー E' は、質量 ρQ を掛けて、

$$E' = \rho Q I_T = \rho Q \left\{ \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + g(z_1 - z_2) \right\}$$

となる。

さらに、連続の式より

$$E' = \rho V_1 A_1 I_T = \rho V_1 A_1 \left\{ \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + g(z_1 - z_2) \right\}$$

となる。エネルギーが損失する場合も、エネルギーが取り出させる場合で考えればよい。

流体力学 1 課題 11

学籍番号 _____ 氏名 _____

1. 図 3.10 のようなタービンに流量 $0.2\text{m}^3/\text{s}$ の水が流れている。入口 A と出口 B の圧力はそれぞれ $p_A=120\text{kPa}$, $p_B=-50\text{kPa}$ である。途中でのエネルギー損失はない。以下の問いに答えよ。

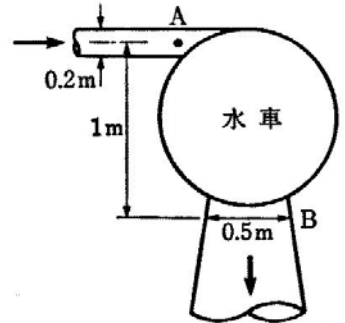


図 3.10

(1) 入口 A での流速 V_A と出口 B での流速 V_B をそれぞれ求めよ。

【解】 流量 = 流速 × 断面積より

$$V_A = \frac{4 \times 0.2}{\pi \times (0.2)^2} = 6.37\text{m/s}$$

$$V_B = \frac{4 \times 0.2}{\pi \times (0.5)^2} = 1.02\text{m/s}$$

(2) 水よりタービンに与えられる動力 P をベルヌーイの定理より求めよ。ただし、動力 = 単位時間当たりのエネルギー × 質量である。

【解】 単位質量あたりのエネルギーを I_T 、重力加速度を g 、水の密度を ρ_w 、点 A、B での圧力をそれぞれ p_A , p_B とすると、ベルヌーイの定理より

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}V_A^2 + \frac{p_A}{\rho_w} + gh &= \frac{1}{2}V_B^2 + \frac{p_B}{\rho_w} + I_T \\ I_T &= \frac{1}{2}(V_A^2 - V_B^2) + \frac{p_A - p_B}{\rho_w} + gh \\ &= \frac{1}{2}(6.37^2 - 1.02^2) + \frac{(120 + 50) \times 10^3}{10^3} + 9.81 \times 1 \\ &= 200\text{J/kg} \end{aligned}$$

したがって、動力 P は

$$\begin{aligned} P &= \rho_w Q I_T \\ &= 10^3 \times 0.2 \times 200 \\ &= 4.00 \times 10^4 \text{ W} = 40.0\text{kW} \end{aligned}$$