

外部とエネルギーの授受がある場合

1) 送風機やポンプにより流体にエネルギーが与えられる場合

$$(\text{上流のエネルギーの和}) < (\text{下流のエネルギーの和})$$

であるから,

$$(\text{上流のエネルギーの和}) = (\text{下流のエネルギーの和}) - (\text{供給されたエネルギー})$$

の関係となる。したがって、ベルヌーイの定理は

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 - I_p$$

I_p : 流体に供給された単位質量当たりのエネルギー

である。したがって、供給されたエネルギー E は、質量 ρQ を掛けて、

$$E = \rho Q I_p = \rho Q \left\{ \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) \right\}$$

となる。

2) 風車や水車により流体からエネルギーが取り出される場合

$$\text{上流のエネルギーの和} > (\text{下流のエネルギーの和})$$

であるから,

$$(\text{上流のエネルギーの和}) = (\text{下流のエネルギーの和}) + (\text{取り出されたエネルギー})$$

の関係となる。したがって、ベルヌーイの定理は

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + I_T$$

I_T : 流体から取り出された単位質量当たりのエネルギー

となる。したがって、取り出されたエネルギー E' は、質量 ρQ を掛けて、

$$E' = \rho Q I_T = \rho Q \left\{ \frac{1}{2} (v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{\rho} (p_1 - p_2) + g(z_1 - z_2) \right\}$$

となる。