

(5) 説明・計算：(問題を「落下する直前」とし、求める速さを v とする)

力学的エネルギー保存則より, $E_{\text{地面直前}} = E_0 = \diamond J$, $U_{\text{地面直前}} = 0J$

$$E_{\text{地面直前}} = K_{\text{地面直前}} = \diamond J$$

$$\text{答： } v = 14\text{m/s } (= v_0)$$

問 13-6 (2)(3)では、力学的エネルギー保存則が成り立つかどうか、理由を付けて説明する。

(1) 説明・計算：(求める力学的エネルギーを E_{10} とする)

注：問題文の「ゆっくりとすべり始める」とは初速度ゼロですべり始めるという意味である。

$$v_{10} = 0\text{m/s}, y_{10} = 10\text{ m}$$

$$\Rightarrow E_{10} = K_{10} + U_{10} = U_{10} = \dots = \diamond J$$

$$\text{答： } E_{10} =$$

(2) 説明・計算：(求める力学的エネルギーを $E_{2.5}$ とする)

摩擦が働かず、垂直抗力が仕事をしないので力学的エネルギー保存

則が成り立つ $E_{2.5} = E_{10} = \diamond J$

$$\text{答： } E_{2.5} =$$

(3) 説明・計算：(求める力学的エネルギーを E_0 とする)

力学的エネルギー保存則が成り立つので

$$E_0 = E_{10} = \diamond J$$

$$\text{答： } E_0 =$$

問題 13-9 (この問題では、小球はばねに押されて射出される。小球がばねに接着されているわけではない。)

(1) 説明・計算：(求める高さを h とする)

摩擦力が作用せず、垂直抗力は仕事をしないので、
力学的エネルギー保存則が成り立つ。 $E_1 = E_2$

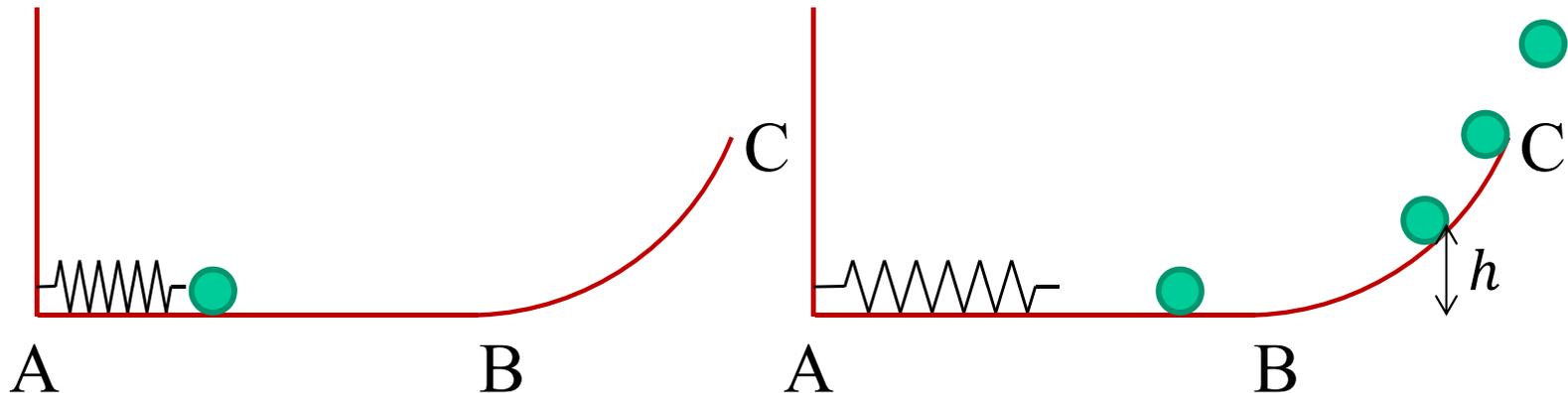
$$\text{初め, } E_1 = \frac{1}{2} m \times (0 \text{ [m/s]})^2 + mg \times 0 \text{ [m]} + \frac{1}{2} \times 9.8 \text{ [N/m]} \times (0.02 \text{ [m]})^2$$

$$\text{最高点, } E_2 = \frac{1}{2} m \times (0 \text{ m/s})^2 + mgh \Rightarrow h = \dots$$

ばねから離れているので $\frac{1}{2} kx_2^2$ はない 

答： $h =$

(2) 説明・計算：(求める速さを v_c とする)



…ので、力学的エネルギー保存則が成り立つ。 $E_1 = E_3$

$$\text{C点 } E_2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + mg \times (0.4 \text{ m}) \Rightarrow v_c = \dots$$

答： $v_c =$

授業予定(変更されたシラバス)

- ①力学1の確認と力学2の概要
- ②仕事
- ③運動エネルギー
- ④位置エネルギー (小)
- ⑤力学的エネルギーとその保存則 (小)
- ⑥エネルギーの総合演習 (小)
- ⑦単振動1: 定性的な理解と三角関数 (+確認試験1)
- ⑧単振動2: 運動方程式を解く
- ⑨単振動3: 問題演習 (小)
- ⑩円運動と慣性力1: 基礎事項 (小)
- ⑪円運動と慣性力2: 問題演習 (小)
- ⑫力のモーメント1: 実験的理解と定義 (小)
- ⑬力のモーメント2: 問題演習1 (小)
- ⑭問題演習2 (+確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

力学2 ≪ 学習到達目標 ≫

- 1) 仕事の定義を説明できる。
- 2) 力学的エネルギー保存則を説明できる。
- 3) 単振動の運動方程式を解き、その運動を説明できる。
- 4) 円運動と、慣性力としての遠心力を説明できる。
- 5) 力のモーメントの定義を説明できる。

第6回目 エネルギーの総合演習

今日の授業の目的

前回までの授業で、力学的エネルギーの意味と基礎事項を理解した。そこで、今回の授業の目的は、これまでの授業内容を定着させるための問題演習である。次回は、これまでの内容の確認テストを行う。これまでの授業内容の問題について、自力で適切な答案(図・説明文・計算をレイアウトよくまとめた答案)が書けるように、解答練習を十分に行うこと。

(1)問題演習12 問題12-1

- (1) 仕事
- (2) 運動エネルギー
- (3) 仕事と運動エネルギーの関係
- (4) 仕事率
- (5) 重力による位置エネルギー
- (6) 弾性力による位置エネルギー

4分

(1) 問題演習12 問題12-1

(1) 仕事 $W = Fs \cos \theta$ [J]

(2) 運動エネルギー

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad [\text{J}]$$

(3) 仕事と運動エネルギーの関係

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = W_{12}$$

(4) 仕事率

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad [\text{W}]$$

(5) 重力による位置エネルギー $U = mgy$ (mgh) [J]

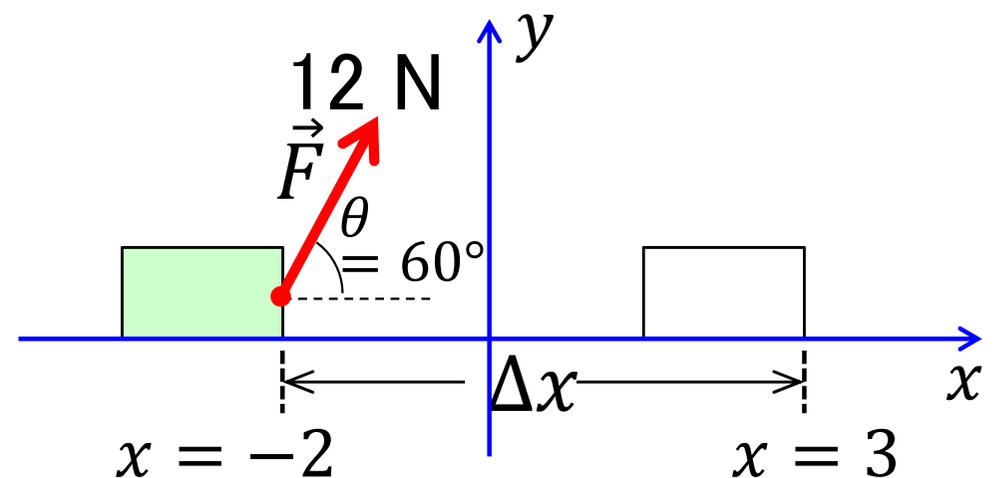
(6) 弾性力による位置エネルギー $U = \frac{1}{2}kx^2$ [J]

(2) 問題演習12 の問題12-3

(テキスト p.57)

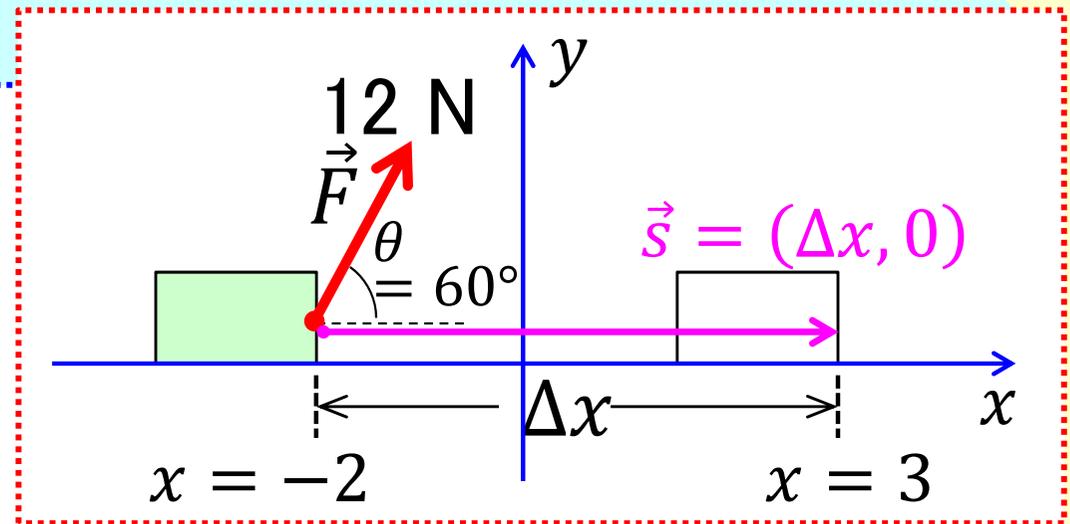
- ⊙ 図を描き, 仕事の定義[2回目授業プリント(2.1)]を用いて計算せよ。
- ⊙ 座標軸を設定する。 $x = -2 \rightarrow 3$ [m]を移動する。
(a) \vec{F} を成分で表せ。(b) 成分を用いて仕事を求めよ。
- ⊙ $\vec{F}(x) = (F_x(x), F_y(x)) = (x + 8, \sqrt{3}(x^2 + 2))$ [N]と変化する場合を考える。
(c) 力 \vec{F} がした仕事 W_c を, 定積分を用いて計算せよ。

積分



(2)問題12-3

$$\begin{aligned}
 W &= F s \cos \theta \\
 &= 12 \text{ [N]} \times 5.0 \text{ [m]} \\
 &\quad \times \cos 60^\circ \\
 &= 30 \text{ [J]}
 \end{aligned}$$



$$(a) \vec{F} = (F_x, F_y) = (F \cos \theta, F \sin \theta) = (6, 6\sqrt{3}) \text{ N}$$

$$(b) W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F_x \cdot \Delta x = 6 \text{ [N]} \times 5.0 \text{ [m]} = 30 \text{ [J]}$$

$$(c) W_c = \int_{x=-2}^{x=3} dW = \int_{-2}^3 F_x(x) dx = \int_{-2}^3 (x + 8) dx$$

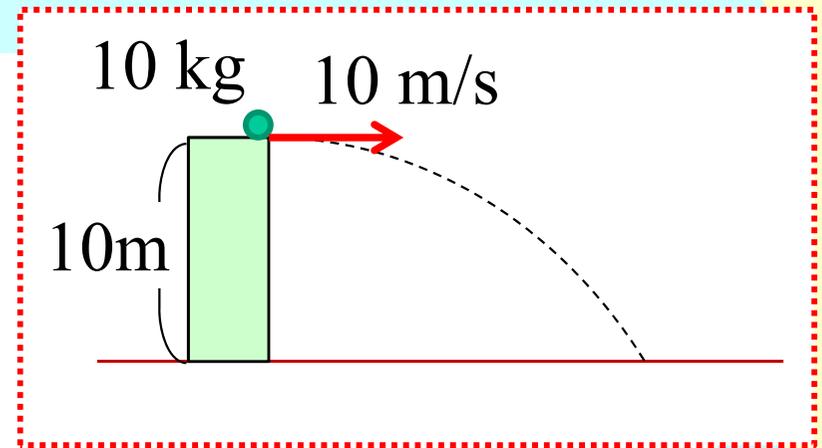
$$= \left[\frac{x^2}{2} + 8x \right]_{-2}^3 = \left(\frac{3^2}{2} + 8 \times 3 \right) - \left(\frac{(-2)^2}{2} + 8 \times (-2) \right)$$

$$= \{28.5 - (-14)\} \text{ [J]} = 42.5 \text{ [J]}$$

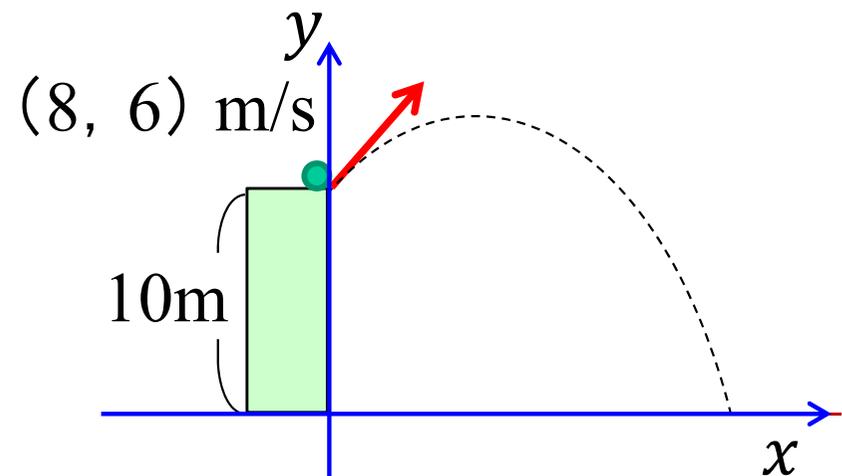
(テキスト p.63)

(3)問題演習13 問題13-7

- (0) この設定で, 力学的エネルギー保存則が成立するかしないか, 理由をつけて答えよ。
- (1) 投射直後の運動エネルギー
- (2) 投射直後の位置エネルギー
- (3) 5 mの高さを通過する時の速さ v_5
- (4) 地面に達する直前の速さ v_0



(問い) 頂点の高さ y_H は?



十分

(テキスト p.63)

(3) 問題演習13 問題13-7

(0) 空気抵抗が無視できるので、
力学的エネルギー保存則が成立する。

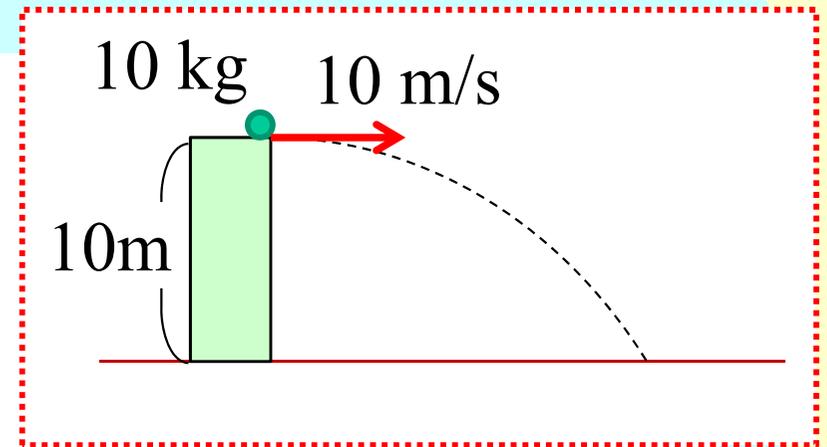
$$(1) \frac{1}{2}mv_{10}^2 = \dots [\text{J}]$$

$$(2) mgy_{10} = \dots [\text{J}]$$

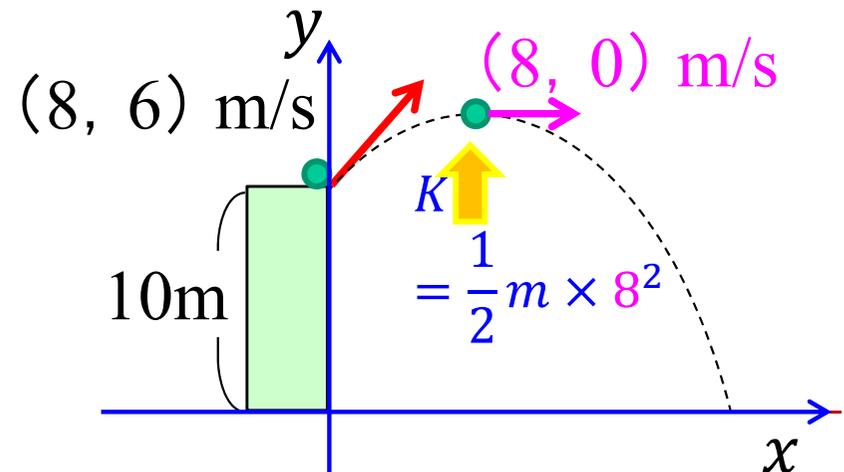
$$(3) E_{10} = (1) + (2)$$

$$E_5 = \frac{1}{2}mv_5^2 + mgy_5 = E_{10}$$

$$(4) E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = E_{10}$$



(問い) 頂点の高さ y_H は？



(4)教科書にない問題(a)

(a) 斜面はなめらか。初速度ゼロで斜面上をすべり降りさせる。

a-1) 力学的エネルギー保存則が成立するかしないか, 理由も。

a-2) 小物体が初めにもつ力学的エネルギー E_0 を求めよ。

a-3) $x = 0$ の位置に到達する直前の速度 v_{1x} を求めよ。

a-4) $x = 0$ に到着したあと, ばねが最も縮んだ位置

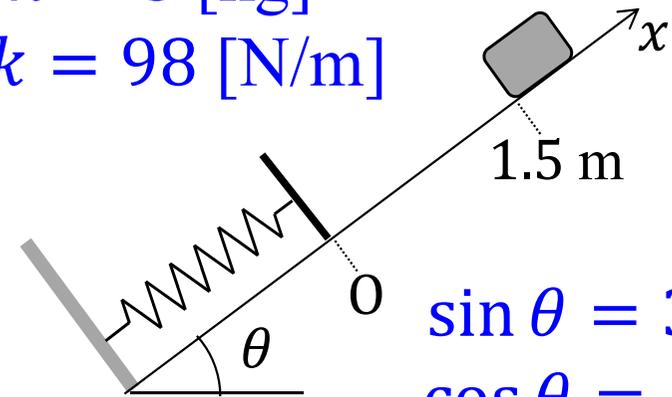
$x = x_2$ での, ばねの力による位置エネルギー U_{s2} , 重力による位置エネルギー U_{g2} 。

E_0, U_{s2}, U_{g2} の間に成り立つ関係式を導け。

a-5) x_2 を求めよ。

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$k = 98 \text{ [N/m]}$$



$$\sin \theta = 3/5$$

$$\cos \theta = 4/5$$

図分

(4)教科書にない問題(a)

a-1) 摩擦力が作用せず, 垂直抗力が仕事をしないので, 力学的エネルギー保存則が**成立する**。

$$\begin{aligned} \text{a-2) } E_0 &= mgh_0 \\ &= 5\text{kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \\ &\quad \times 1.5\text{m} \times \sin \theta = \dots \end{aligned}$$

$$\text{a-3) } E_0 = E_1 \quad E_1 = \frac{1}{2} m v_{1x}^2$$

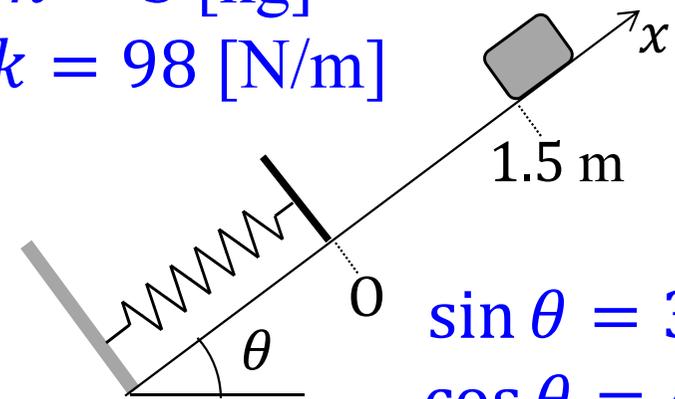
a-4) 最も縮んだとき, $v_2 = 0$ になる。 $E_0 = U_{s2} + U_{g2}$

a-5) $x_2 < 0$ であることに注意しながら,

$$E_0 = \frac{1}{2} k x_2^2 + m g x_2 \sin \theta \quad \text{から求める。}$$

関連した(逆)問題として, テキストの問題12-9をよく学んでおくこと。

$$\begin{aligned} m &= 5 \text{ [kg]} \\ k &= 98 \text{ [N/m]} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \theta &= 3/5 \\ \cos \theta &= 4/5 \end{aligned}$$

(4)教科書にない問題(b)

(b) $x > 0$ のみ摩擦あり。初速度ゼロで斜面上をすべり降りさせる。

b-1) 力学的エネルギー保存則が成立するかしないか, 理由も。

b-2) 小物体が初めにもつ力学的エネルギー E_0 を求めよ。

b-3) $x > 0$ をすべる間の, 動摩擦力の x 成分 f_x を求めよ。

b-4) $x = 0$ までに, 動摩擦力が与えた仕事 W_f を求めよ。

b-5) $x = 0$ の直前にもつ力学的エネルギーを E_3 とする。

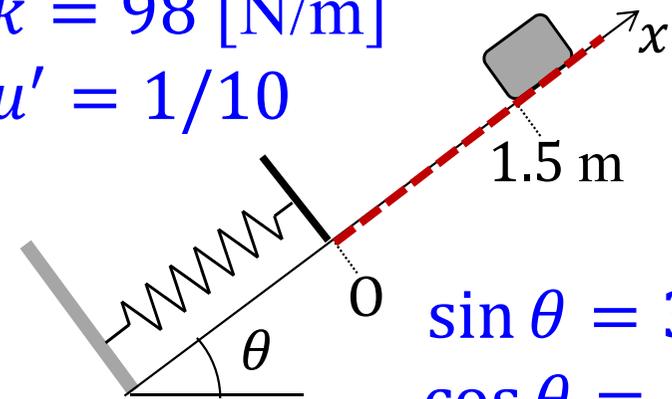
E_0, W_f, E_3 の間に成立する関係式を導け。

b-6) $x = 0$ の直前の速度 v_{3x} を求めよ。

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$k = 98 \text{ [N/m]}$$

$$\mu' = 1/10$$



$$\sin \theta = 3/5$$

$$\cos \theta = 4/5$$

図分

(4)教科書にない問題(b)

b-1) 摩擦力が作用するので、力学的エネルギー保存則が成立しない。

$$\begin{aligned} \text{b-2) } E_0 &= mgh_0 \\ &= 5\text{kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \\ &\quad \times 1.5\text{m} \times \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{b-3) } f_x = \mu' N = \mu' mg \cos \theta$$

$$\text{b-4) } W_f = F_x \Delta x = (\mu' mg \cos \theta) \times (-1.5 \text{ m})$$

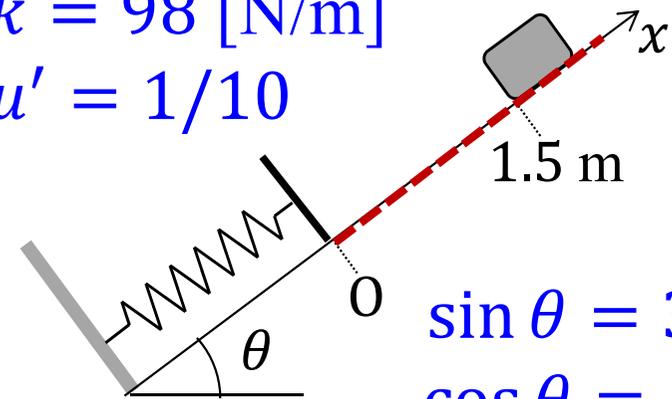
$$\text{b-5) } E_3 - E_0 = W_f$$

$$\text{b-6) } \frac{1}{2} m v_{3x}^2 = E_0 - \mu' mg \cos \theta \times 1.5$$

$$m = 5 \text{ [kg]}$$

$$k = 98 \text{ [N/m]}$$

$$\mu' = 1/10$$



$$\sin \theta = 3/5$$

$$\cos \theta = 4/5$$

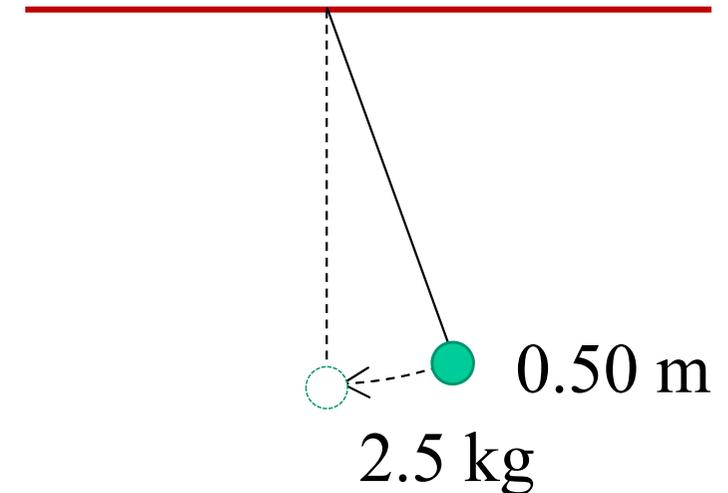
(テキスト p.63)

(5)問題演習13 問題13-5

最下点から高さ 0.50 m のまで糸がたるまないように持ち上げ、静かに手を放す。

最下点を通過する時の速さ v_0 は？

空気抵抗は無視できるとする。



初めに、力学的エネルギー保存則が、成立するかしないか、理由をつけて答えよ。

4分

図も描いて、物体がどんな軌道を描くかも正しく把握しながら解け。

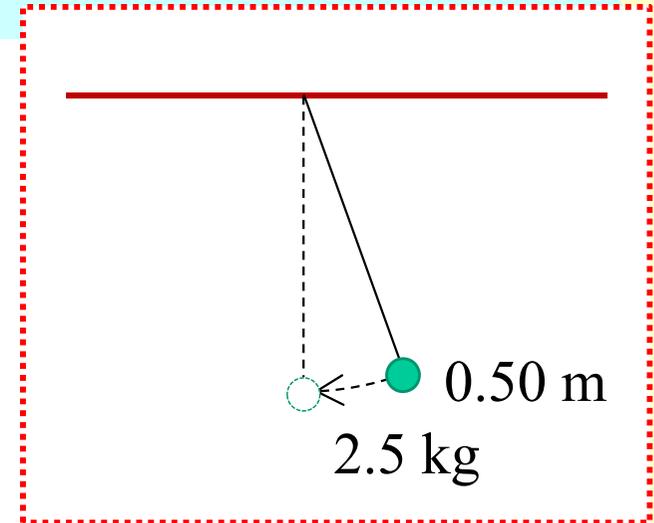
(テキスト p.63)

(5)問題演習13 問題13-5

空気抵抗が無視でき、張力が仕事をしないので、力学的エネルギー保存則が成立する。

$$E_0 = E_{0.5}$$

最下点を位置エネルギーの基準とする。



手を放した直後の力学的エネルギー $E_{0.5}$

$$E_{0.5} = K_{0.5} + U_{0.5} = 0 + 2.5\text{kg} \times 9.8\text{ m/s}^2 \times 0.50\text{m} = 12.25\text{ J}$$

最下点を通過する瞬間の力学的エネルギー E_0

$$E_0 = E_{0.5} = 12.25\text{ J}, \quad U_0 = 0\text{ J}, \quad K_0 = E_0 - U_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 12.25\text{ J}}{2.5\text{kg}}} = 3.1\text{ m/s}$$

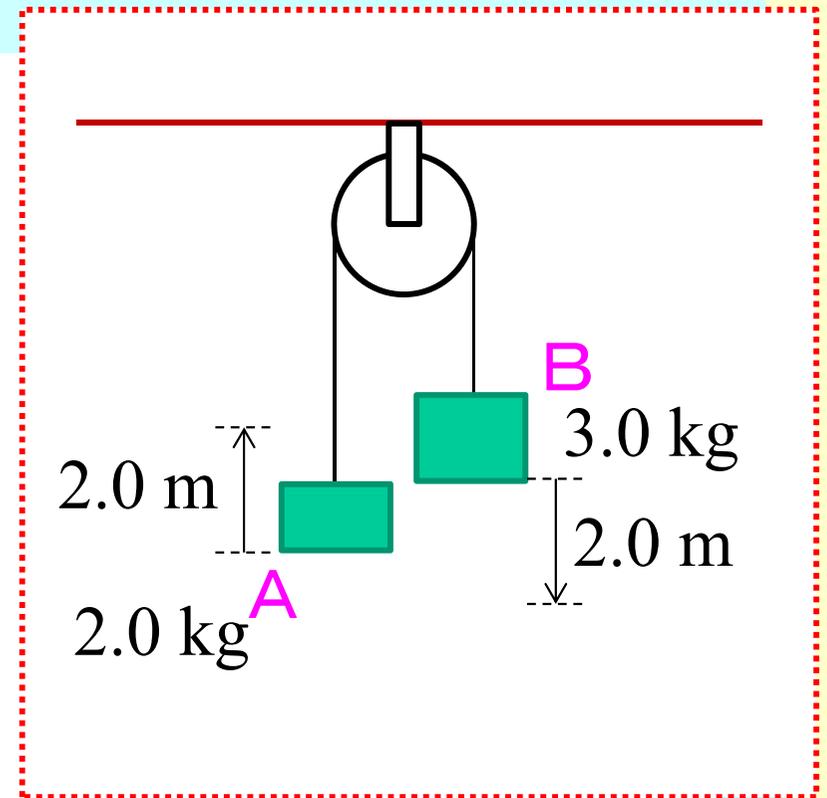
(テキスト p.64)

(6)問題演習13 問題13-10

(物体Aの)初めの位置を重力の位置エネルギーと高さの基準とする。
(物体Bの高さを h_B とする。)
2.0m移動した。

- (1) A, Bの重力の位置エネルギーの和
- (2) A, Bの速さ v_2 は？

空気抵抗は無視できるとする。



4分

(6)問題演習13 問題13-10

- (1) A, Bの重力の位置エネルギーの和
はじめの物体Aの位置を
位置エネルギーの基準とする。
はじめの状態で

$$U_{A0} + U_{B0} = 0 + m_B g h_B$$

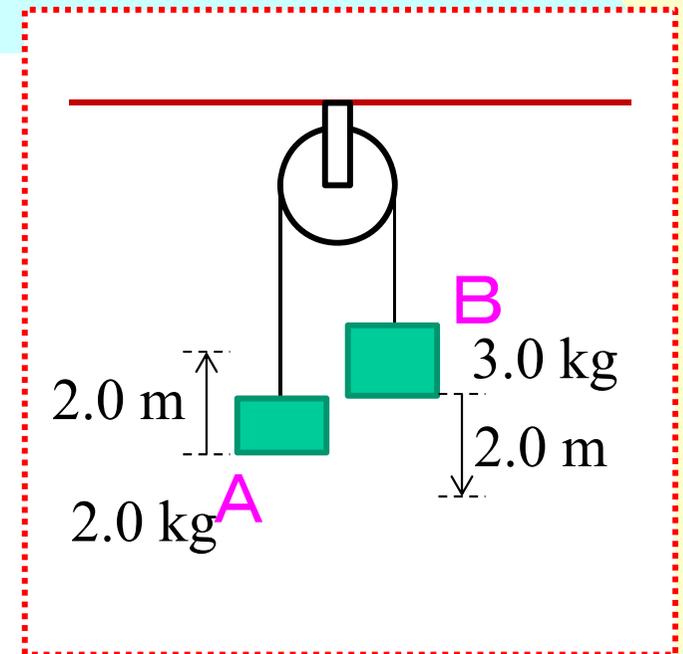
2.0m移動した後に

$$U_{A2} + U_{B2}$$

$$= m_A g \times 2[m] + m_B g (-2[m] + h_B)$$

和の変化(教科書が求めている答はこれ)は,

$$\begin{aligned} \Delta(U_A + U_B) &= m_A g \times 2[m] - m_B g \times 2[m] \\ &= -19.6 \text{ J} \end{aligned}$$



(6)問題演習13 問題13-10

(2) A, Bの速さ v_2 は？

空気抵抗が無視できる。

Aに働く張力 \vec{T}_A とBに働く張力 \vec{T}_B は大きさが等しく(大きさを T とする), 向きが逆。

$$\vec{T}_A \text{がする仕事: } W_A = T \times 2[\text{m}] \times \cos 0^\circ$$

$$\vec{T}_B \text{がする仕事: } W_B = T \times 2[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ = -W_A$$

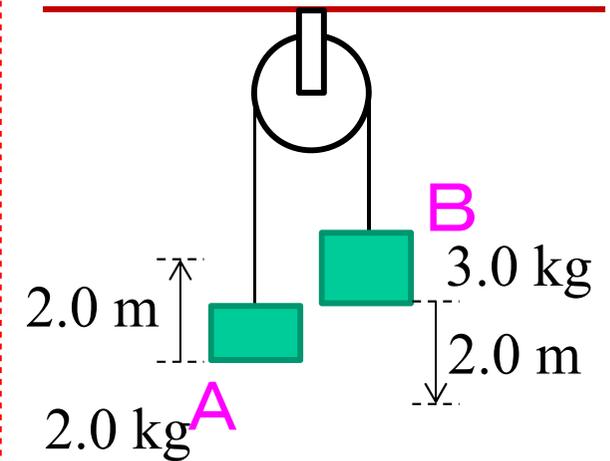
A, Bそれぞれについては, 張力が仕事をするので力学的エネルギー保存則は成り立たない。

$$E_{A2} = E_{A0} + W_A, \quad E_{B2} = E_{B0} + W_B$$

しかし, $W_B = -W_A$ なので

$$E_{A2} + E_{B2} = E_{A0} + W_A + E_{B0} + W_B = E_{A0} + E_{B0}$$

となり, AとBの力学的エネルギーの和は保存する(変化しない)。



(6)問題演習13 問題13-10

(2) A, Bの速さ v_2 は？

AとBの力学的エネルギーの和は保存する
(変化しない)。

$$E_{A2} + E_{B2} = E_{A0} + E_{B0}$$

$$\Delta(E_A + E_B) = 0$$

運動エネルギーの和の変化は,

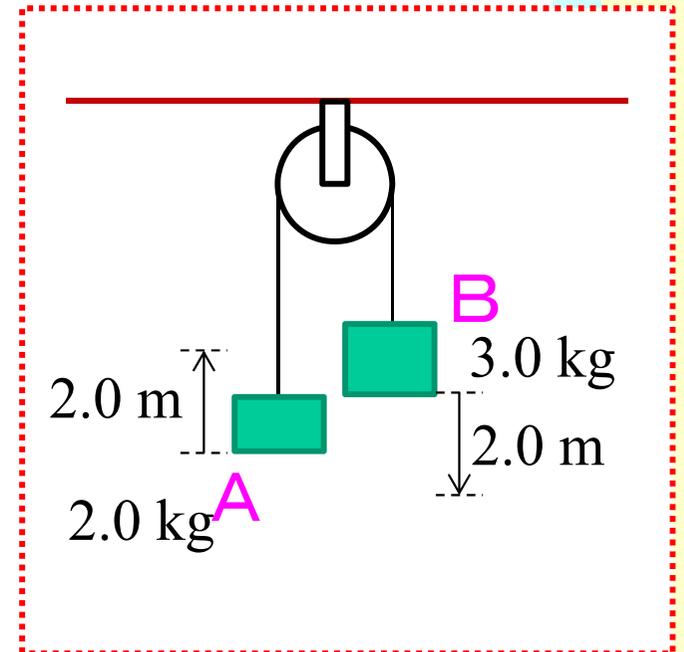
$$\Delta(K_A + K_B) + \Delta(U_A + U_B) = 0$$

$$K_{A2} + K_{B2} - 0 = -(-19.6 \text{ J})$$

AとBの速さは同じ v_2 なので

$$\frac{1}{2}m_A v_2^2 + \frac{1}{2}m_B v_2^2 = 19.6 \text{ J}$$

$$\therefore v_2 = \dots$$



(7)発展的内容の問題

速度 $\vec{v}(t) = (2, 3t)$ [m/s] で物体が運動する。

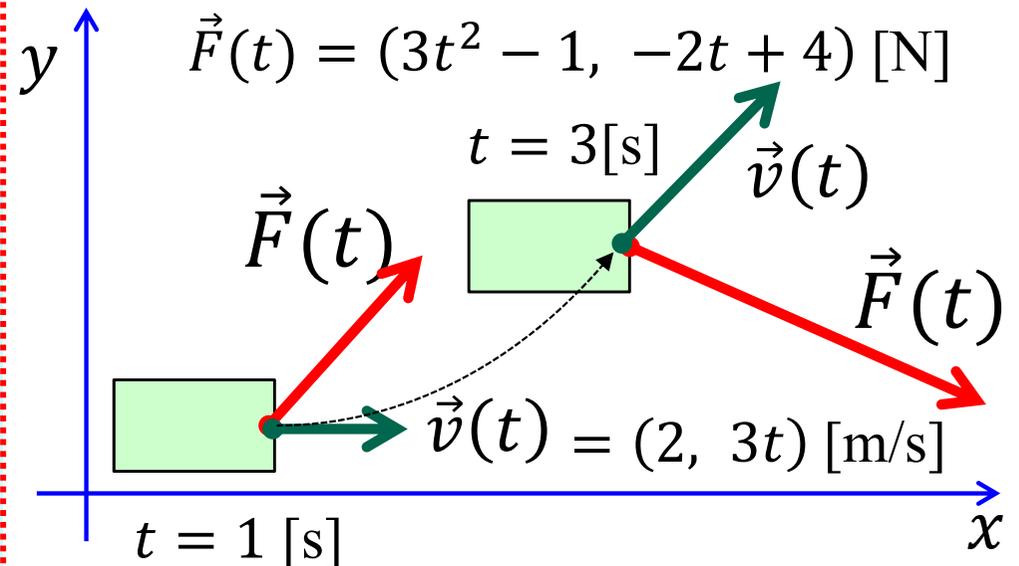
時刻 $t = 1$ [s] \rightarrow 3 [s] の間に、物体に働く力の1つが

$\vec{F}(t) = (3t^2 - 1, -2t + 4)$ [N] であったとする。

(a) 時刻 t で力 $\vec{F}(t)$ が物体に与える仕事率 $P(t)$ を、内積を用いて求めよ。

(b) 時刻 $t = 1$ [s] \rightarrow 3 [s] の間に、力 $\vec{F}(t)$ が物体に与える仕事 W を、仕事率 $P(t)$ を時刻 t について定積分することで求めよ。

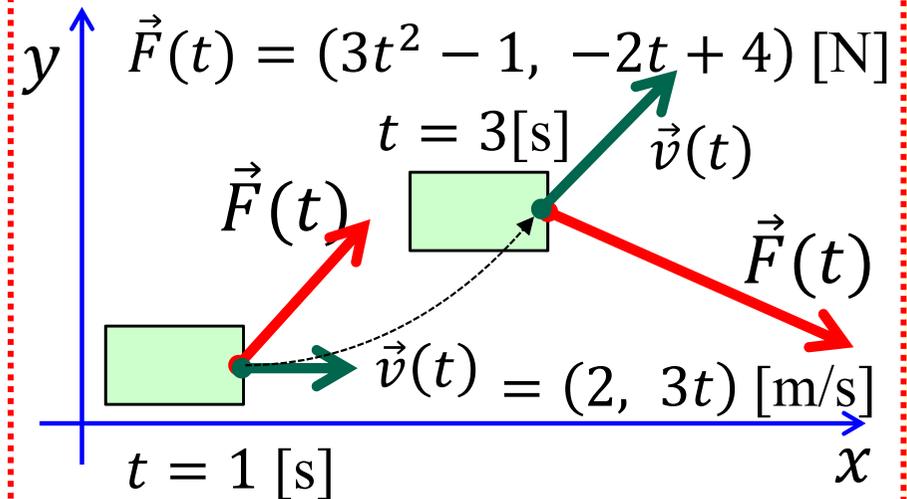
積分



(7) 発展的内容の問題

$$\begin{aligned}
 (a) \quad P(t) &= F ds \cos \theta / dt \\
 &= F v \cos \theta \\
 &= \vec{F} \cdot \vec{v} = F_x v_x + F_y v_y \\
 &= (3t^2 - 1) \cdot 2 + (-2t + 4) \cdot 3t \\
 &= 6t^2 - 2 - 6t^2 + 12t \\
 &= 12t - 2 \text{ [W]}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad W &= \int_{t=1}^{t=3} dW = \int_1^3 P(t) dt = \int_1^3 (12t - 2) dt \\
 &= \left[12 \times \frac{t^2}{2} - 2t \right]_1^3 = \left(\frac{3^2}{6} - 2 \times 3 \right) - \left(\frac{1^2}{6} - 2 \times 1 \right) \\
 &= \left(\frac{9}{6} - 6 - \frac{1}{6} + 2 \right) \text{ [J]} = \left(\frac{4}{3} - 4 \right) \text{ [J]} = -\frac{8}{3} \text{ [J]}
 \end{aligned}$$



第6回授業 レポート課題

今回は、確認テスト1[仕事、運動エネルギー、位置エネルギー、力学的エネルギーとその保存則]へ向けて解答練習したものをレポートとします。ただしこのレポートは、確認テスト1が終了した、授業終了時に集めます。レポート用紙などを用いて、1枚目の上部に学籍番号と氏名を書く。複数枚の場合は必ずホッチキスで止めること。

* 提出方法や提出場所・期限が通常と異なるので注意せよ。

提出：次回(第7回)授業終了時に回収

- ・次週の授業プリント

(これに今週のレポート課題も記してある。)

を必ず持って帰ること