

(3) 説明・計算 (求める位置エネルギーを  $U_{s1}$  とする):

$x$  =ばねの長さー自然長

$$U_{s1} = \frac{1}{2} k (2[\text{m}] - h - 0.2[\text{m}])^2 = \dots$$

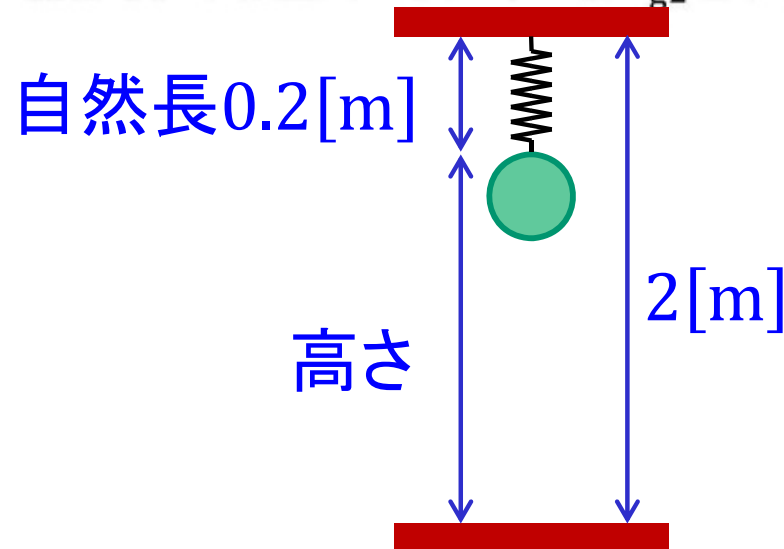
答:  $U_{s1} =$

(3.5) つり合いの位置で, 物体が持つ位置エネルギーの和を求めよ。(位置エネルギーの和を  $U_1$  とする):

$$U_1 = U_{g1} + U_{s1} = 6.4\text{J} + 1.2\text{J} = 7.6\text{J}$$

答:  $U_1 =$

(4) 説明・計算 (求める位置エネルギーを  $U_{g2}$  とする。この状況の図を描き, 高さを確認すること。):

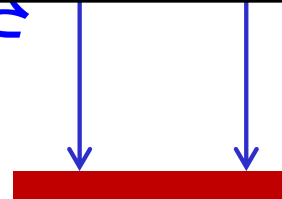


$$U_{g2} = mg(2 - 0.2) = \dots$$

答:  $U_{g2} =$

(4.5) 自然長の長さとなるように持ち上げた位置で, 物体が持つ位置エネルギーの和を求めよ。(位

高さ



答:  $U_{g2} =$

(4.5) 自然長の長さとなるように持ち上げた位置で、物体が持つ位置エネルギーの和を求めよ。(位置エネルギーの和を  $U_2$  とする):

$x = 0$  になるので、弾性力による位置エネルギーはゼロ

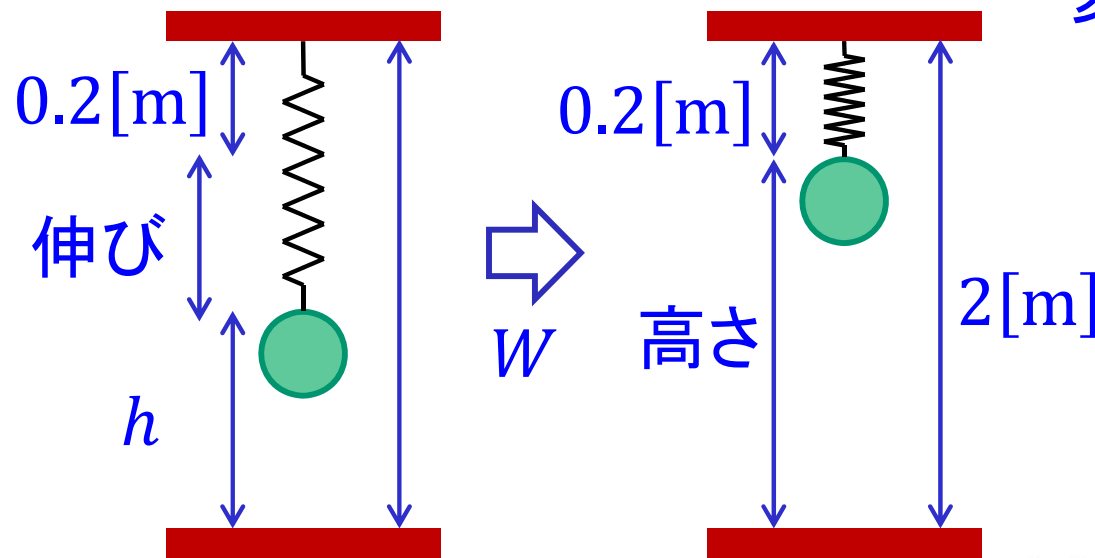
$U_2 = U_{g2} + U_{s2} = 8.8\text{J} + 0\text{J} = 8.8\text{J}$  答:  $U_2 =$

(5) 説明・計算 (求める仕事を  $W$  とする。問(3.5), (4.5)はヒントである。):

手で加えた力がした仕事の分だけ、位置エネルギーの和が変化するので、

$W = U_2 - U_1 = 8.8\text{J} - 7.6\text{J} = 1.2\text{J}$

答:  $W =$



☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外にこの授業の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。

## 授業予定(変更されたシラバス)

- ①力学1の確認と力学2の概要
- ②仕事
- ③運動エネルギー
- ④位置エネルギー (小)
- ⑤力学的エネルギーとその保存則 (小)
- ⑥エネルギーの総合演習 (小)
- ⑦単振動1: 定性的な理解と三角関数 (+確認試験1)
- ⑧単振動2: 運動方程式を解く
- ⑨単振動3: 問題演習 (小)
- ⑩円運動と慣性力1: 基礎事項 (小)
- ⑪円運動と慣性力2: 問題演習 (小)
- ⑫力のモーメント1: 実験的理解と定義 (小)
- ⑬力のモーメント2: 問題演習1 (小)
- ⑭問題演習2 (+確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

## (5) 演習2: 積分を用いた仕事の計算問題

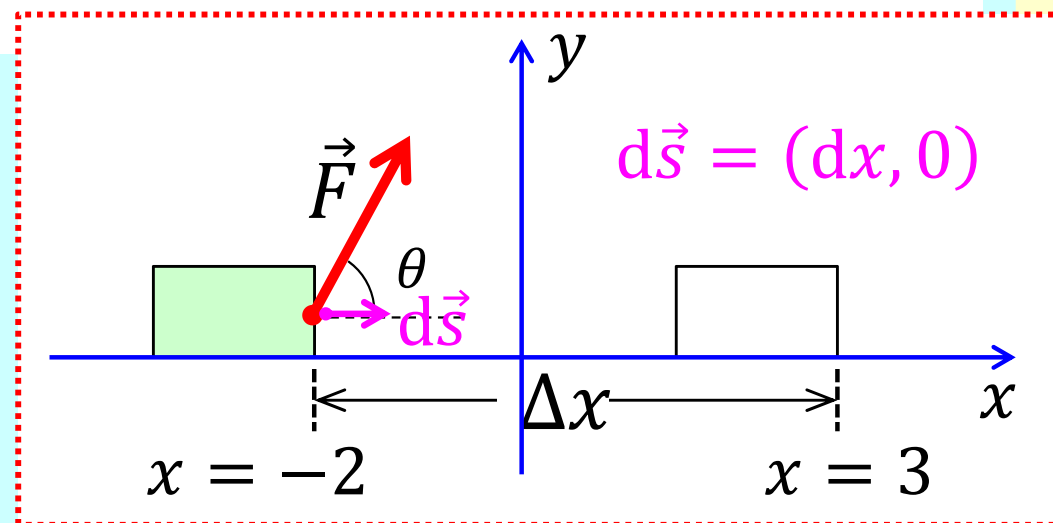
(テキスト p.51)

図のように座標軸を設定する。

物体が  $x = -2$  [m] から  $x = 3$  [m] まで移動するあいだ、 $\vec{F}(x) = (F_x(x), F_y(x)) = (x - 2, x^2)$  [N]と変化する力が加わった。

力 $\vec{F}$ がした仕事  $W = \int_{-2}^3 F_x(x) dx$  を求めよ。

積分



## (5) 演習2: 積分を用いた仕事の計算問題

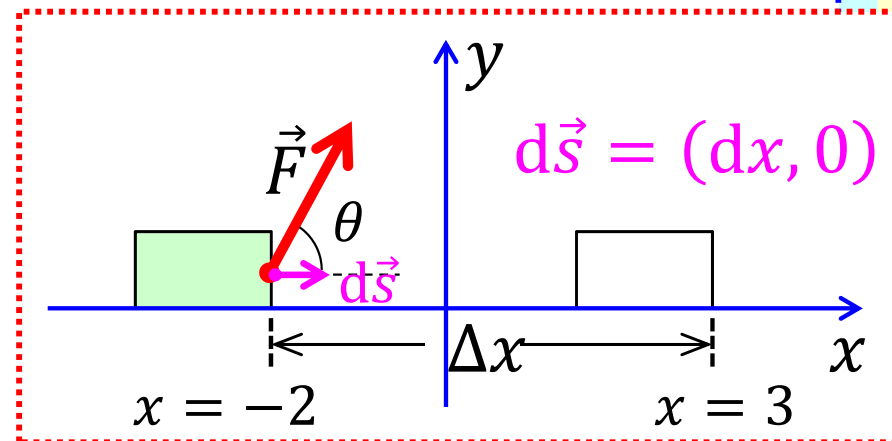
(テキスト p.51)

$$\begin{aligned}\vec{F} &= (F_x, F_y) = (F \cos \theta, F \sin \theta) \\ &= (x - 2, x^2) \text{ N}\end{aligned}$$

$$d\vec{s} = (dx, 0)$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_x dx$$

$$\begin{aligned}W &= \int_{x=-2}^{x=3} dW = \int_{-2}^3 F_x(x) dx = \int_{-2}^3 (x - 2) dx \\ &= \left[ \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^3 = \left( \frac{3^2}{2} - 2 \times 3 \right) - \left( \frac{(-2)^2}{2} - 2 \times (-2) \right) \\ &= \{-1.5 - 6\} [\text{J}] = -7.5 \text{ [J]}\end{aligned}$$



## 力学2 ≪ 学習到達目標 ≫

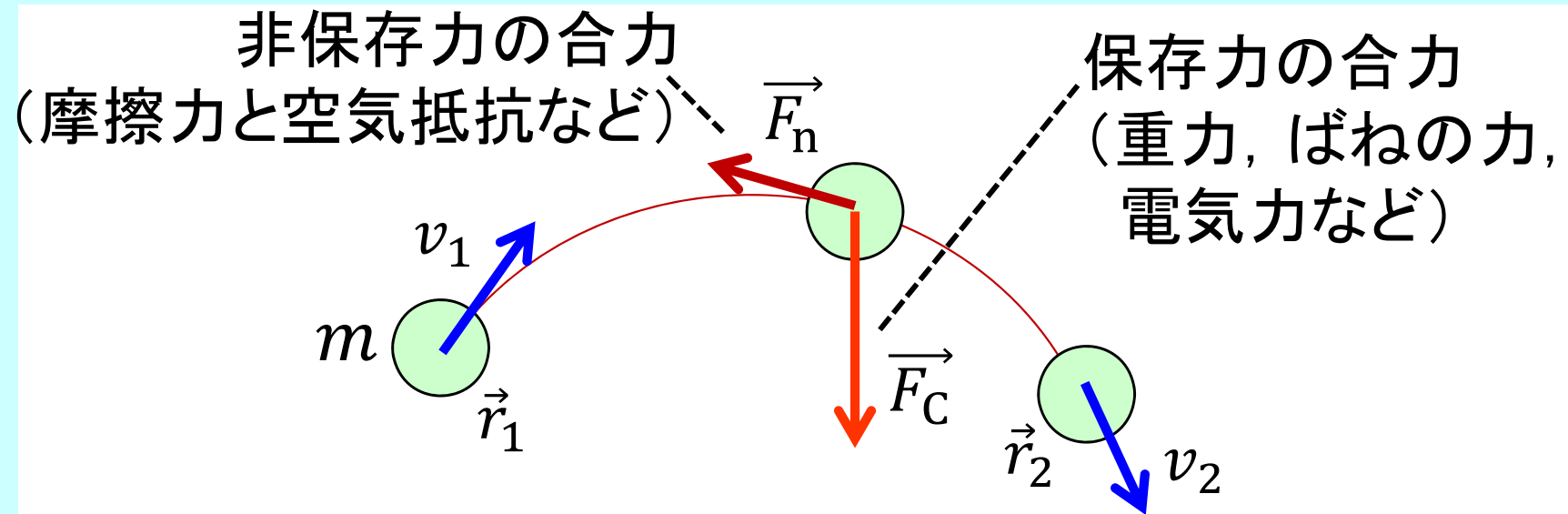
- 1) 仕事の定義を説明できる。
- 2) 力学的エネルギー保存則を説明できる。
- 3) 単振動の運動方程式を解き、その運動を説明できる。
- 4) 円運動と、慣性力としての遠心力を説明できる。
- 5) 力のモーメントの定義を説明できる。

## 第5回目 力学的エネルギーとその保存則

### 今日の授業の目的

力学2 の前半は、力学的エネルギーの理解を目指している。前回までの授業で、力学的エネルギーを理解する準備がそろった。今回の授業の目的は、力学的エネルギーと、力学的エネルギー保存則を理解することである。

## (2) 力学的エネルギー



運動に伴って物体に蓄えられるエネルギー

力学的エネルギー:  $E = K + U$  [J] (5.1)

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ U = \text{「各種位置エネルギーの和」} \end{cases}$$



### (3)演習1

(a) 問題12-8の設定で考える。(前回の授業で扱った問題である。)以下の問いでは, 斜面に沿って距離 $l$ だけ滑り降りた位置を, 重力による位置エネルギーの基準(位置エネルギーがゼロの高さ)とする。

a-1) 物体が斜面をすべり降りる前に持つ力学的エネルギー  $E_1$ を求めよ。

a-2) 物体が滑らかな斜面に沿って距離  $l$ だけすべり降りたときに持つ力学的エネルギー  $E_2$ を求めよ。

そして, 斜面が滑らかな場合

(**非保存力が仕事をしない場合**)は  
 $E_1 = E_2$ となることを確かめよ。

働いている非保存力は何か？

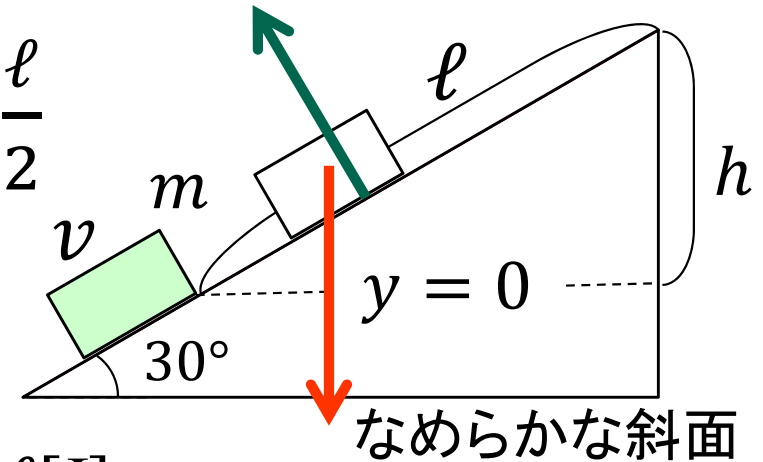
**4 分**

## ◇ 演習1

滑り降りる前の高さ  $h = \ell \sin 30^\circ = \frac{\ell}{2}$

a-1) 滑り下りる前:

$$\begin{aligned} E_1 &= K_1 + U_1 \\ &= \frac{1}{2}m \times 0^2 + \frac{1}{2}mg\ell = \frac{1}{2}mg\ell [\text{J}] \end{aligned}$$



a-2) 滑り下りた後:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \times 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

摩擦力は働かず、垂直抗力が仕事をしない。

滑り下りる間に重力がする仕事  $W$  と、仕事と運動エネルギーの関係より

$$\frac{1}{2}mv^2 = W = F\ell \cos 60^\circ = \frac{1}{2}mg\ell \quad \therefore E_2 = \frac{1}{2}mg\ell$$

### (3)演習1

(b)今度は, 問題12-8 で, 斜面が滑らかでなく物体との間に動摩擦力が働き, 動摩擦係数  $\mu' = 1/10$  とする。  
重力による位置エネルギーの基準は問(a) と同じ。  
すべり降りる前に持つ力学的エネルギー  $E_1$  は問(a) の  $E_1$  と同じである。

b-1) 物体に働く動摩擦力  $\vec{f}$  の大きさ  $f$  を求めよ。また,  $\vec{f}$  を表す矢印をテキストp.58 と同じ図に描け。

b-2) 物体が滑り降りる間に, 動摩擦力  $\vec{f}$  が物体に与える仕事  $W_f$  を求めよ。

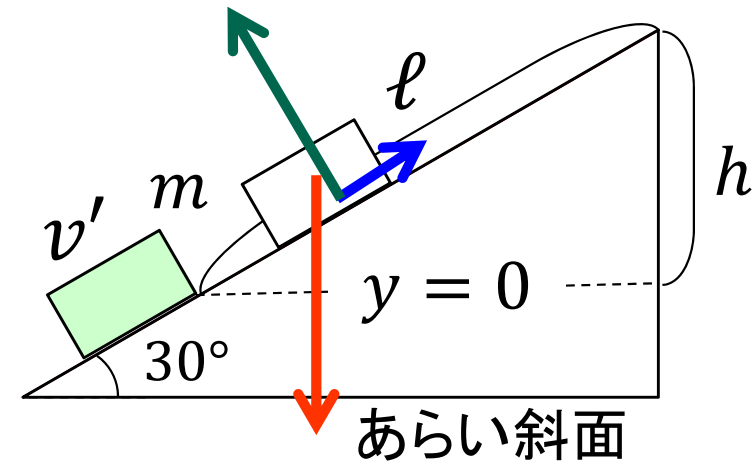
b-3) 物体が距離  $\ell$  だけ滑り降りたときに持つ力学的エネルギー  $E'_2$  を求めよ。  
そして, 非保存力が仕事をする場合は,  $E_1 \neq E'_2$  であることを確かめよ。

1 分

## ◇ 演習1

b-1) 滑り下りる前:

$$\begin{aligned}
 f &= \mu' N = \mu' mg \cos 30^\circ \\
 &= \frac{1}{10} mg \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{20} mg \quad [\text{J}]
 \end{aligned}$$

b-2) 摩擦力がする仕事  $W_f$  は,

$$W_f = f \ell \cos 180^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{20} mg \ell \quad [\text{J}]$$

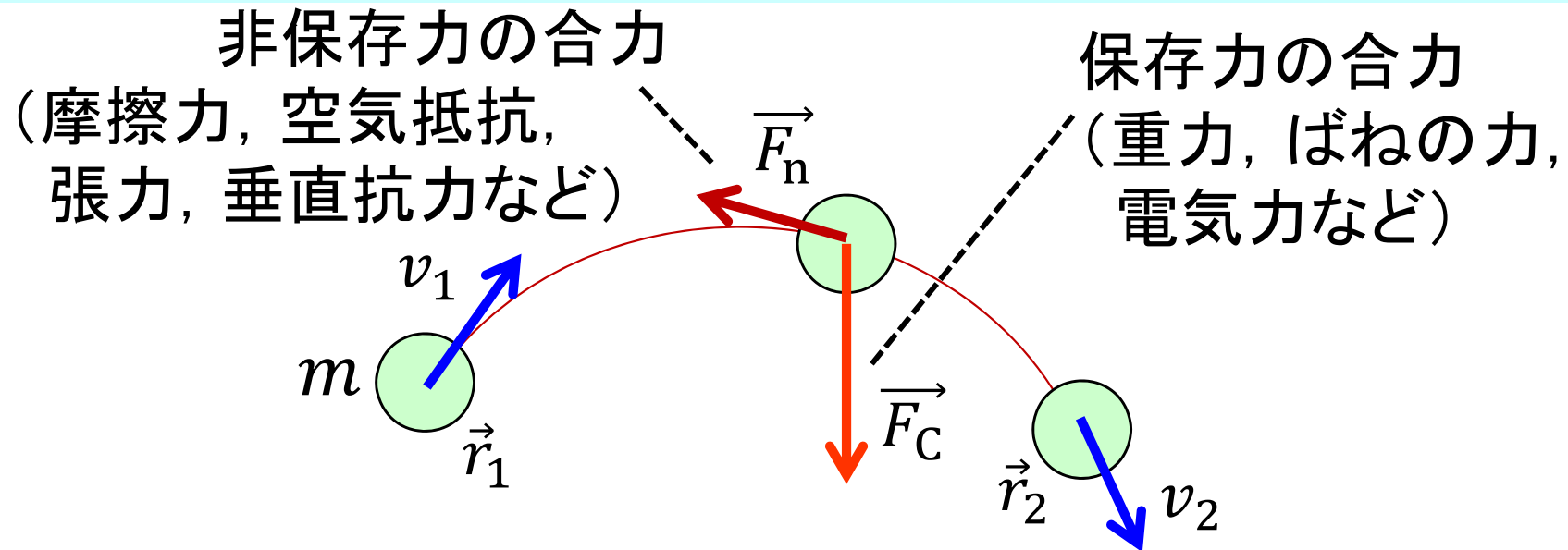
b-3) 滑り下りた後:

$$E'_2 = K'_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v'^2$$

垂直抗力は仕事をしない。仕事と運動エネルギーの関係より

$$\frac{1}{2} m v'^2 = W + W_f = \frac{1}{2} mg \ell - \frac{\sqrt{3}}{20} mg \ell \quad \therefore E'_2 = \frac{10 - \sqrt{3}}{20} mg \ell$$

#### (4) 力学的エネルギー保存則



非保存力  $\vec{F}_n$  が仕事をする場合:  $W_n = E_2 - E_1$

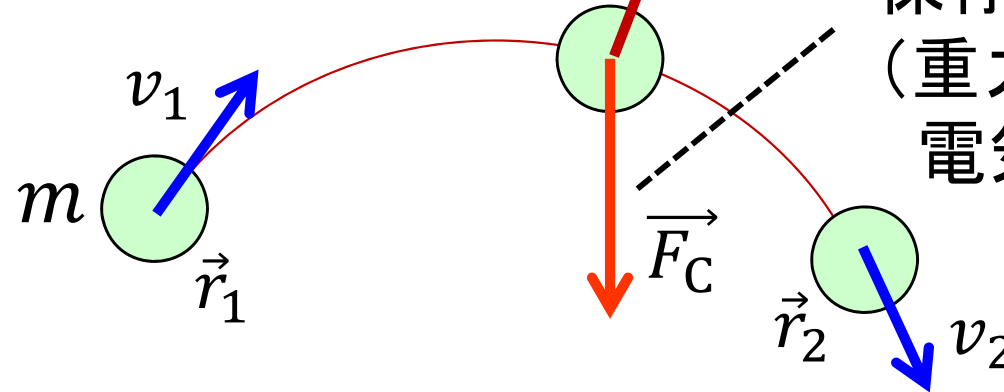
$$E_2 = E_1 + W_n = E_1 - Q$$

$Q = -W_n$   $W_n < 0$  のとき  $Q$  は発熱など

#### (4) 力学的エネルギー保存則

(テキスト p.60)

仕事をしない非保存力  $\cdots \cdots \vec{F}_n$   
の合力 (垂直抗力など)



保存力の合力  
(重力, ばねの力,  
電気力など)

非保存力  $\vec{F}_n$  が仕事をしない場合:  $0 = E_2 - E_1$

**力学的エネルギー保存則:**

物体に保存力だけが働く場合 (または**非保存力が仕事をしない場合**), 運動のあいだ常に, 物体が持つ力学的エネルギーの値が不変 ( $E = K + U = \text{一定}$ ) である。

$$E_1 = E_2$$

(5.2)

(テキスト p.61)

(5) 演習2: 問題13-1(1)(3)(5)に取り組む。

問題13-1 保存力以外の力は加わっていない

(1)はじめ, 運動エネルギーが  $8 \text{ J}$  で位置エネルギーが  $5 \text{ J}$ 。  
別の時刻で, 位置エネルギーが  $4 \text{ J}$  となった。このときの  
運動エネルギーは？

(3)はじめ, 運動エネルギーが  $17 \text{ J}$  で位置エネルギーが  $19 \text{ J}$ 。  
別の時刻で, 運動エネルギーが位置エネルギーの2倍であつ  
た。運動エネルギーと位置エネルギーはそれぞれ？

(5)地面から投げあげる。投げあげた直後の運動エネ  
ルギーが  $3 \text{ J}$ 。最高位置での位置エネルギー？  
なお, 最高点に達する瞬間の  
速さは  $0 \text{ [m/s]}$ 。

4 分

(5) 演習2: 問題13-1(1)(3)(5)に取り組む。

問題13-1 保存力以外の力は加わっていない

(1) 力学的エネルギー保存則  $E_1 = E_2$  が成り立つ。

$$E_1 = K_1 + U_1 = 8 \text{ J} + 5 \text{ J} = 13 \text{ J}$$

$$K_2 = E_2 - U_2 = 13 \text{ J} - 4 \text{ J} = 9 \text{ J}$$

(3) 力学的エネルギー保存則  $E_1 = E_2$  が成り立つ。

$$E_1 = K_1 + U_1 = 17 \text{ J} + 19 \text{ J} = 36 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = 36 \text{ J} \cdots \textcircled{1} \quad , \quad K_2 = 2U_2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2} \text{を連立して, } K_2 = 24 \text{ J}, U_2 = 12 \text{ J}$$

(5) 力学的エネルギー保存則  $E_1 = E_2$  が成り立つ。

位置エネルギーの基準を地面とすると,  $U_1 = 0 \text{ J}$

$$E_1 = K_1 + U_1 = 3 \text{ J} + 0 \text{ J} = 3 \text{ J}$$

最高点で速さは  $0 \text{ [m/s]}$  だから,  $K_2 = 0 \text{ J}$

$$U_2 = E_2 - K_2 = 3 \text{ J} - 0 \text{ J} = 3 \text{ J}$$



(テキスト p.61)

(5) 演習2: 問題13-4に取り組む。

問題13-4 地面からの高さ 3 [m]の台の上から,  
速さ 20 [m/s]で質量 0.2 [kg]のボールを真上に投げ  
あげる。重力による位置エネルギーの基準は地面。

- (1) ボールを投げた直後の力学的エネルギー  $E_3$
- (2) ボールが最高点に達したときの力学的エネルギー  $E_H$
- (3) ボールが最高点に達したときの位置エネルギー  $U_H$
- (4) ボールの最高点の高さ  $h$
- (5) ボールが地面に落下する直前の速さ  $v$

必ず図を描いて考えよ。

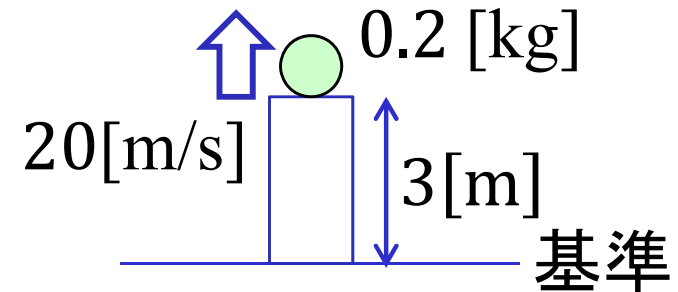
空気抵抗は無視できるとする。

4分

## (5) 演習2: 問題13-4に取り組む。

## 問題13-4

空気抵抗が無視できるとすれば  
力学的エネルギー保存則が成り立つ



$$(1) E_3 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 0.2 \text{ [kg]} \times (20 \text{ [m/s]})^2 + 0.2 \text{ [kg]} \times 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]} \times 3 \text{ [m]} = 45.88 \text{ [J]}$$

$$(2) E_H = E_3 = 45.88 \text{ [J]}$$

$$(3) \text{最高点で速度ゼロ} \Rightarrow K_H = 0 \quad \therefore U_H = E_H - K_H = 45.88 \text{ [J]}$$

$$(4) U_H = mgh \text{ より } h = \frac{U_H}{mg} = \frac{45.88 \text{ [J]}}{0.2 \text{ [kg]} \times 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}} = 23.4 \text{ [m]}$$

$$(5) \text{地面に落下する直前 } E_0 = E_3 = 45.88 \text{ [J]}, \quad U_0 = 0 \text{ [J]}$$

$$K_0 = E_0 = 45.88 \text{ [J]}, \quad \frac{1}{2}mv^2 = K_0, \quad v = \sqrt{\frac{2K_0}{m}} = 21.4 \text{ [m/s]}$$

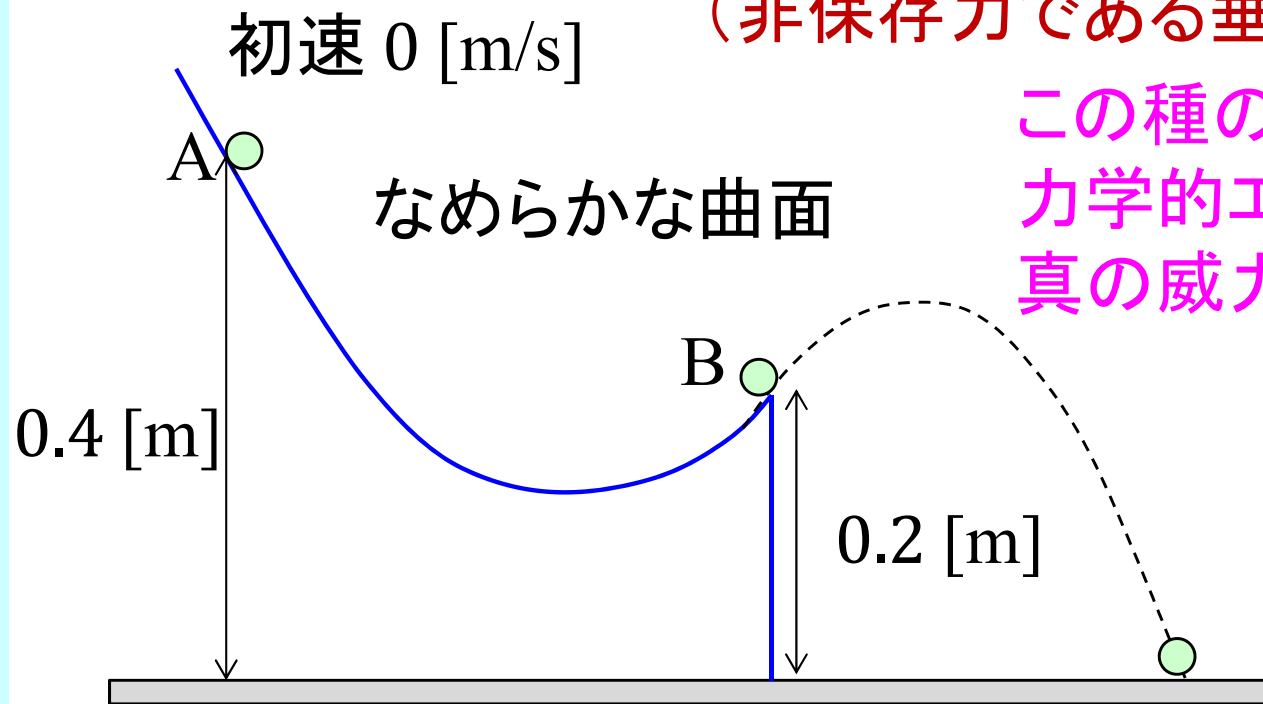
(テキスト p.62)

(5) 演習2: 問題13-8に取り組む。

- 問題13-8 (1)点Bから飛び出すときの小球の速さ  
(2)小球が地面に達するときの速さ

はじめに、力学的エネルギー保存則が成り立つか、成り立たないか、理由を付けて述べよ。

(非保存力である垂直抗力に注意)



この種の問題でこそ、  
力学的エネルギー保存則が  
真の威力を発揮する。

~~4~~ 分

(5) 演習2: 問題13-8に取り組む。

(テキスト p.62)

非保存力である垂直抗力が仕事をしないことについて

垂直抗力 $\vec{N}$ は

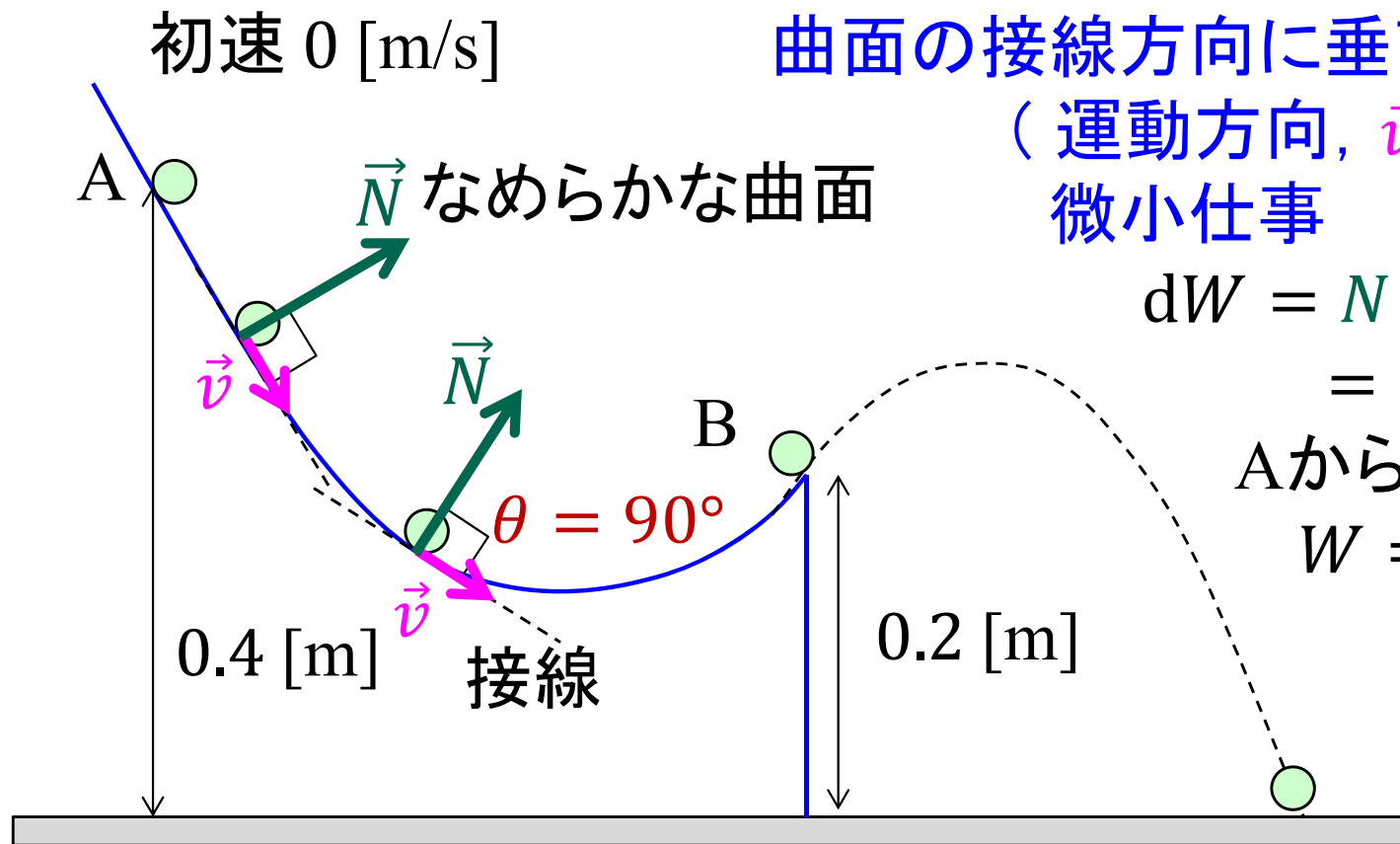
曲面の接線方向に垂直  $\theta = 90^\circ$

(運動方向,  $\vec{v}$  方向に垂直)

微小仕事

$$dW = N \cdot ds \cdot \cos 90^\circ = 0J$$

AからBまでの間で  
 $W = 0J$



## (5) 演習2: 問題13-8に取り組む。

## 問題13-8

摩擦力が働かない。垂直抗力の仕事はゼロ。よって非保存力が仕事をしないので、**力学的エネルギー保存則が成り立つ。**

(1) 点Bから飛び出すときの小球の速さ

$$E_{0.4} = K_{0.4} + U_{0.4} = 0[\text{J}] + mg \times 0.4 = 3.92m [\text{J}]$$

$$E_{0.2} = E_{0.4} = 3.92m [\text{J}]$$

$$E_{0.2} = K_{0.2} + U_{0.2} \quad K_{0.2} = 3.92m - mg \times 0.2 = 1.96m$$

$$1.96m [\text{J}] = \frac{1}{2}mv_{0.2}^2$$

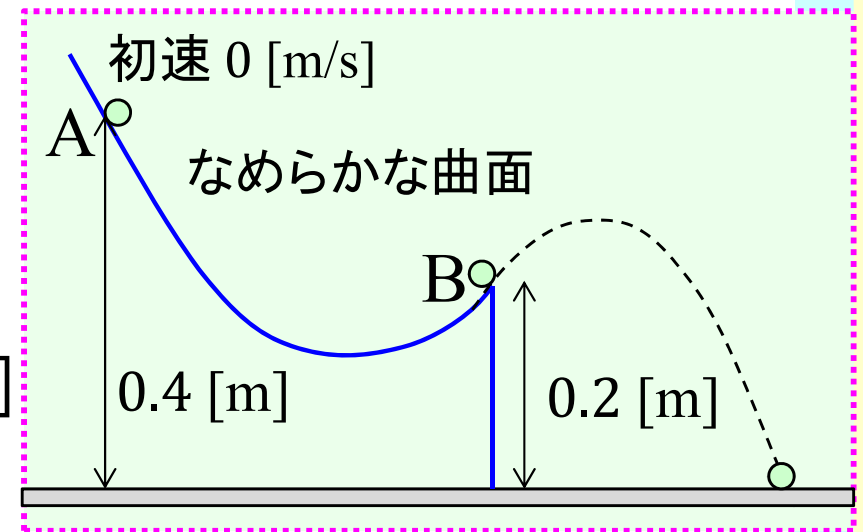
$$v_{0.2} = \sqrt{2 \times 1.96} [\text{m/s}] = 2.0 [\text{m/s}]$$

(2) 小球が地面に達するときの速さ

$$E_0 = E_{0.4} = 3.92m [\text{J}] \quad U_0 = 0 [\text{J}]$$

$$K_0 = E_0 - U_0 = 3.92m [\text{J}]$$

$$3.92m [\text{J}] = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad v_0 = \sqrt{2 \times 3.92} [\text{m/s}] = 2.8 [\text{m/s}]$$



## 第5回授業 レポート課題

問題演習13 (p.55～ p.57) の問題13-1(2)(4), 13-3, 13-6, 13-9を解け。(空気抵抗は無視できるとする。問題13-9では, 小球はばねに押されて射出される問題である。小球がばねに接着されているわけではない。)

問題13-9では, 曲面から働く垂直抗力が物体にする仕事も, 常にゼロ(0 J)であることを用いて解け。摩擦力(, 空気抵抗)が無視できれば, 力学的エネルギー保存則を用いることができる。

注意1: 計算式だけでなく, 説明文(必要なら適切な図も)を加えて答案を作成すること。答案作成力も見る。

注意2: 最初はこの問題がよく解けなかったとしても構わない。しかし, 次の確認テストまでに何度も復習し, 適切な答案を作れるようにすることを強く勧める。

---

提出×切: 答案用紙を, 今週の**金曜日(13:00)までに提出**

提出場所: **D0308(原科)研究室前のレポート提出用の木箱**

注意事項: 自分の答案をノートに記入するか, コピーをとって, 次の授業に持ってくる。

- ・レポート解答用紙
- ・次週の授業プリント  
(これに今週のレポート課題も記してある。)

を必ず持って帰ること