

(2) 説明・計算 (求める加速度を  $a$  とする):

**略解参照**

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \dots$$

答: 加速度  $a =$

---

(3) 説明・計算 (求める移動距離を  $s$  とする):

加速度  $a$  から積分して移動距離を求めることもできる。  
 問題の意図としては,  $W = Fs \cos \theta$  を用いて,  $s$  を求める。  
 (もちろん, 両方できることが望ましい。) **略解参照**

答: 移動距離  $s =$

---

(4) 説明・計算 (求める移動距離を  $L$  とする):

10秒の時点で, 16Jの運動エネルギーを持っていること。  
 その運動エネルギーが静止した時点でゼロであること。  
 その運動エネルギーの変化 —16Jが仕事に等しいこと。  
 これらを文章か式で説明すること。

答: 移動距離  $L =$

---

問題演習 12-7 **計算は略解参照**

$$s = \frac{W}{F \cos 180^\circ}$$

(1) 説明・計算 (求める仕事を  $W$  とする):

$$W = Fs \cos 180^\circ = 2.0\text{N} \times 20\text{m} \times (-1) = \dots$$

## 授業予定(変更されたシラバス)

- ①力学1の確認と力学2の概要
- ②仕事
- ③運動エネルギー
- ④位置エネルギー (小)
- ⑤力学的エネルギーとその保存則 (小)
- ⑥エネルギーの総合演習 (小)
- ⑦単振動1: 定性的な理解と三角関数 (+確認試験1)
- ⑧単振動2: 運動方程式を解く
- ⑨単振動3: 問題演習 (小)
- ⑩円運動と慣性力1: 基礎事項 (小)
- ⑪円運動と慣性力2: 問題演習 (小)
- ⑫力のモーメント1: 実験的理解と定義 (小)
- ⑬力のモーメント2: 問題演習1 (小)
- ⑭問題演習2 (+確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

## 力学2 ≪ 学習到達目標 ≫

- 1) 仕事の定義を説明できる。
- 2) 力学的エネルギー保存則を説明できる。
- 3) 単振動の運動方程式を解き、その運動を説明できる。
- 4) 円運動と、慣性力としての遠心力を説明できる。
- 5) 力のモーメントの定義を説明できる。

## 第4回目 位置エネルギー

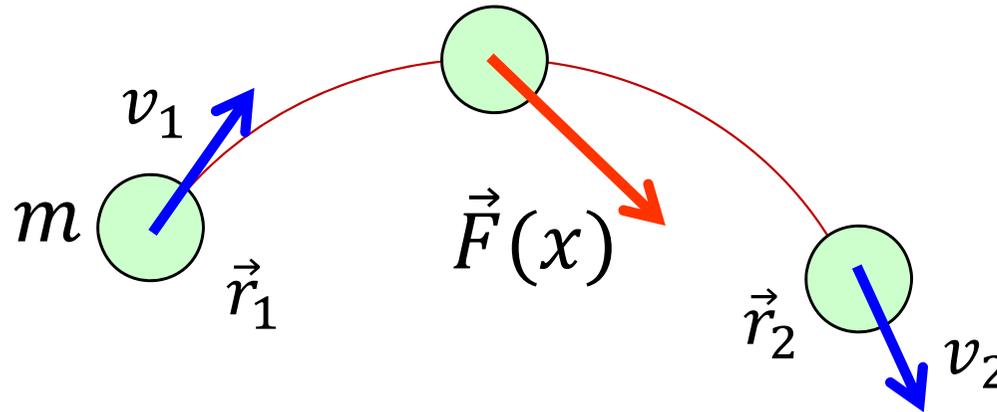
### 今日の授業の目的

力学2 の前半では力学的エネルギーの理解を目指す。前回と前々回でそれぞれ『仕事』と『運動エネルギー』を扱った。

今回の授業の目的は、位置エネルギー(とそのために不可欠な保存力と非保存力も合わせて)を理解することである。

次回に力学的エネルギーを扱う。

## 前回(5)' 運動エネルギー(のつづき)

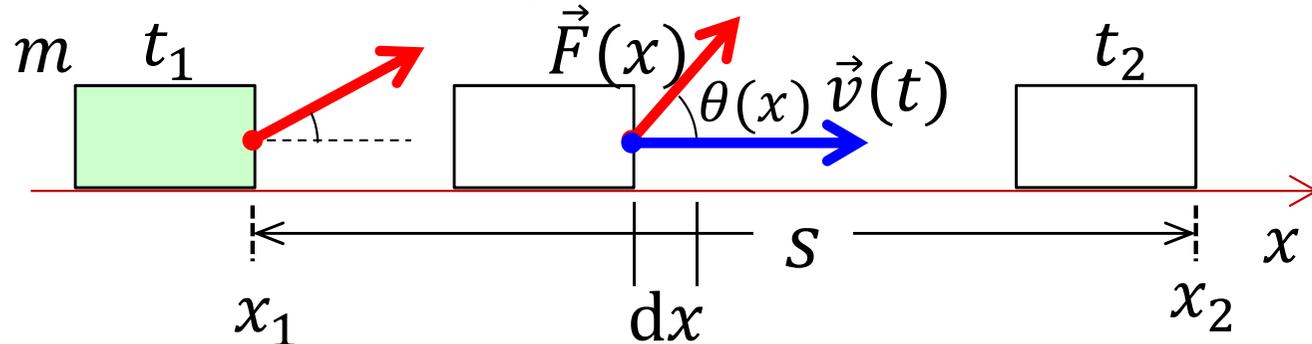


仕事と運動エネルギーの関係(3.5)は, 直線運動だけでなく曲線軌道を描く運動についても成立する。

仕事と運動エネルギーの関係:

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad [\text{J}] \quad (3.5)$$

※この $W$ は物体に働くすべて力がする仕事の和

(4) 物体に働く力  $\vec{F}$  が (物体に) 与える仕事の一般的な定義① 直線運動 ( $x$  軸上) だが  $\vec{F}$  が変化する場合の仕事

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \{F(x) \cos \theta(x)\} dx = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx \quad [\text{J}] \quad (3.4)$$

$$P(t) = F(t)v(t) \cos \theta(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) \quad [\text{J/s}] = [\text{W}]$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt \quad [\text{J}] \quad (3.8)$$

(3.8) の形なら直線運動以外にも成り立つ (3.9)

## (2)保存力と非保存力

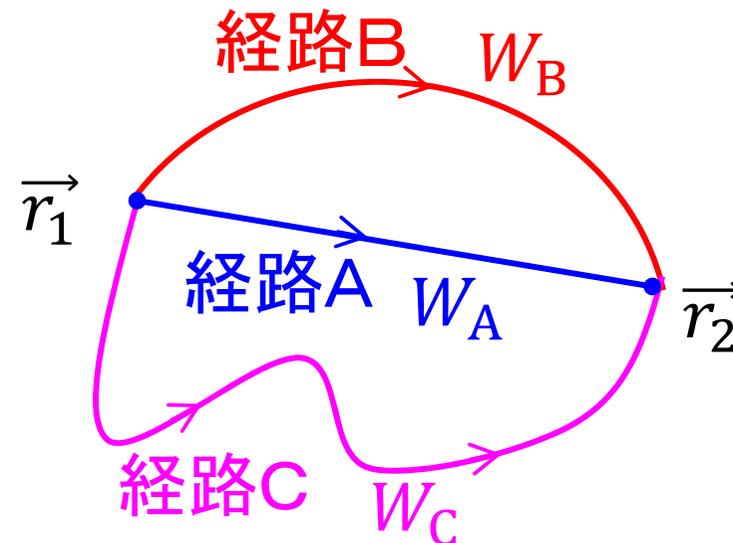
(テキスト p.55)

仕事の性質で力をグループ分けする

保存力: 初めの位置 $\vec{r}_1$ と最後の位置 $\vec{r}_2$ を変えなければ,  
途中の移動経路が変わっても力が物体に  
与える仕事の値 $W$ が変わらない

$$W_A = W_B = W_C$$

重力, ばねの力, 電気力など

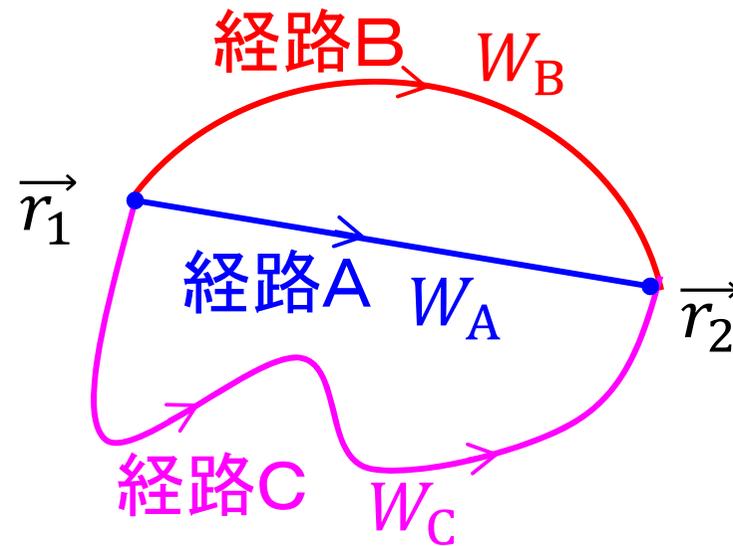


## (2)保存力と非保存力 (力のグループ分け) (テキスト p.55)

非保存力: 初めの位置 $\vec{r}_1$ と最後の位置 $\vec{r}_2$ を変えなくても,  
途中の移動経路が変わると力が物体に  
与える仕事の値 $W$ も変わる

$$W_A \neq W_B \neq W_C$$

摩擦力, 空気抵抗など



## (2)保存力と非保存力 (グループ分け)

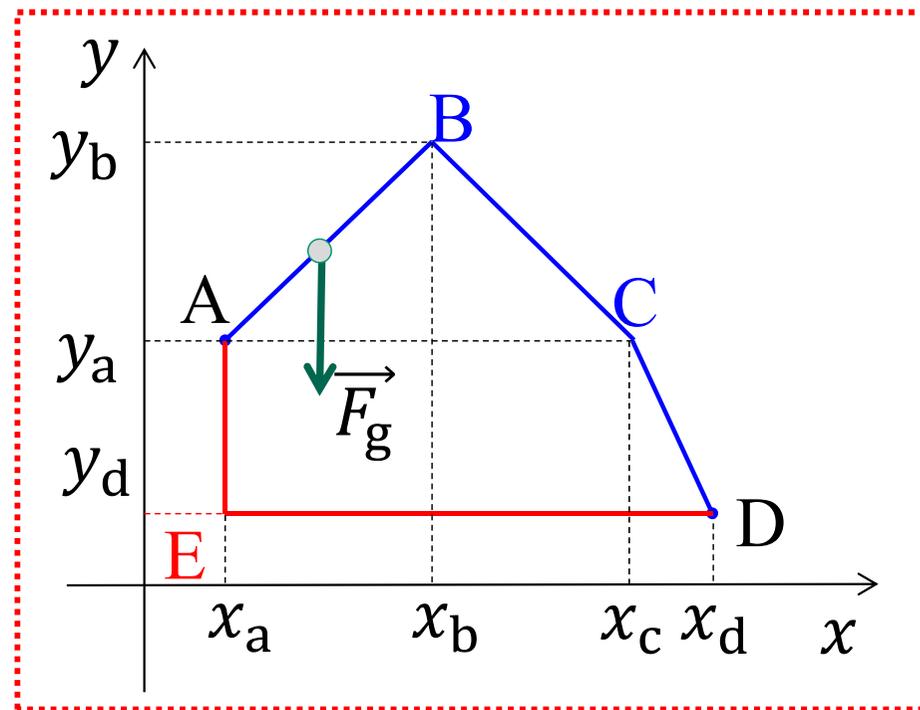
(テキスト p.55)

### 重力が保存力であること

重力  $\vec{F}_g = (0, -mg)$  が物体に与える仕事

軌道  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  に沿って運動させる場合  $W_{ABCD}$

軌道  $A \rightarrow E \rightarrow D$  に沿って運動させる場合  $W_{AED}$



## (2)保存力と非保存力 (グループ分け)

(テキスト p.55)

重力 $\vec{F}_g = (0, -mg)$ が物体に与える仕事

軌道 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ に沿って運動させる場合

A $\rightarrow$ Bの部分の仕事 $W_{AB}$

$s \cos \theta = -(y_b - y_a)$  なので

$$W_{AB} = -mg(y_b - y_a) < 0$$

B $\rightarrow$ Cの部分の仕事 $W_{BC}$

$$W_{BC} = mg(y_b - y_a) > 0$$

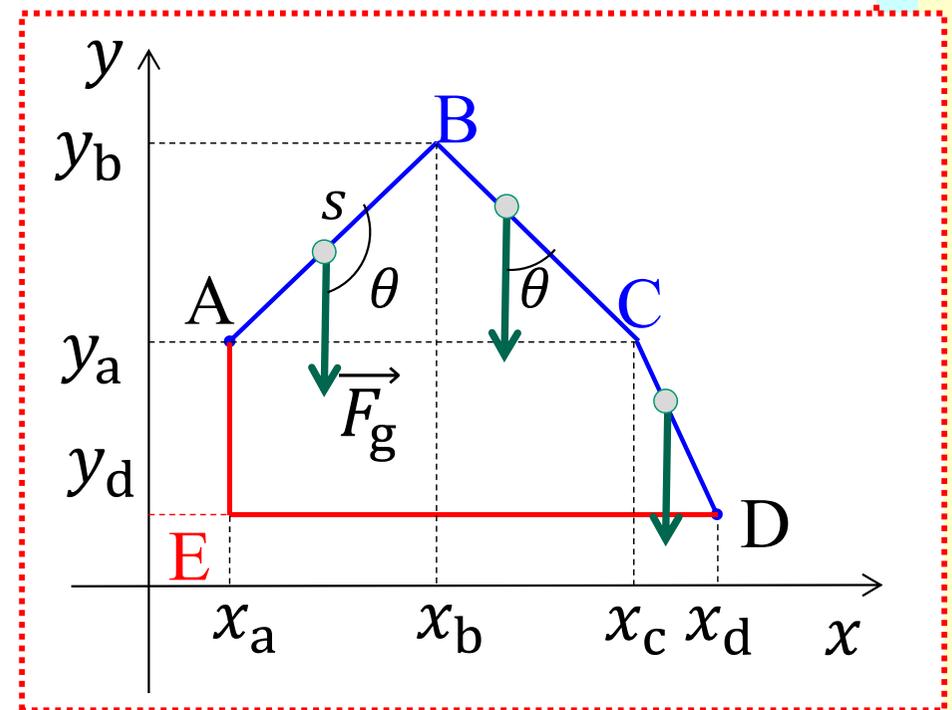
( $W_{AB} + W_{BC} = 0$  に注目)

C $\rightarrow$ Dの部分の仕事 $W_{CD}$

$$W_{CD} = mg(y_a - y_d)$$

全体で

$$W_{ABCD} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = mg(y_a - y_d)$$



## (2) 保存力と非保存力 (グループ分け)

(テキスト p.55)

重力  $\vec{F}_g = (0, -mg)$  が物体に与える仕事  
軌道  $A \rightarrow E \rightarrow D$  に沿って運動させる場合

A  $\rightarrow$  E の部分の仕事  $W_{AE}$

$\theta = 0$  なので

$$W_{AE} = mg(y_a - y_d)$$

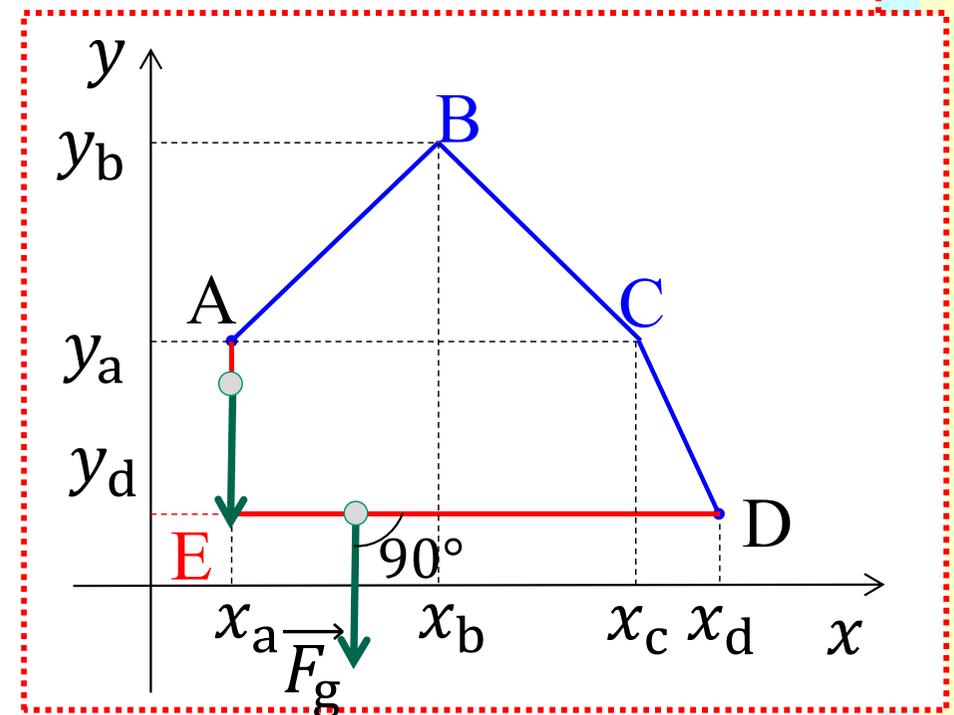
E  $\rightarrow$  D の部分の仕事  $W_{ED}$

$\theta = 90^\circ$  なので

$$W_{ED} = 0$$

全体で

$$\begin{aligned} W_{AED} &= W_{AE} + W_{ED} \\ &= mg(y_a - y_d) \end{aligned}$$



## (2)保存力と非保存力 (グループ分け)

(テキスト p.55)

重力 $\vec{F}_g = (0, -mg)$ が物体に与える仕事

どんな曲線軌道 $A \rightarrow D$ であっても曲線軌道を微小な階段に分解することで計算できる。

軌道  $A \rightarrow E \rightarrow D$ と同様に

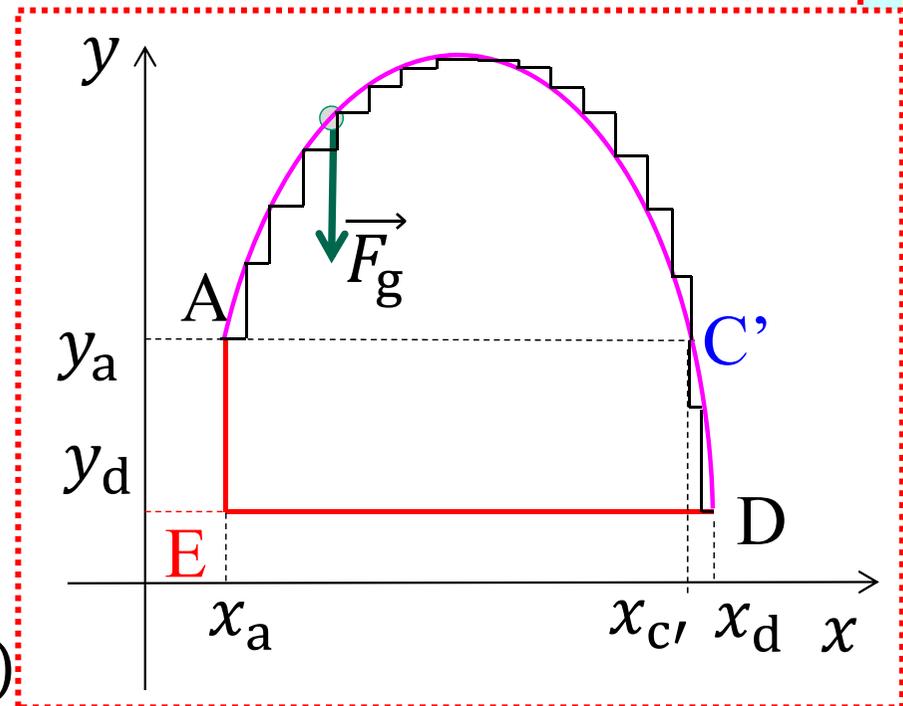
階段の水平部分の仕事 = 0

階段の鉛直部分の仕事を  
足せばよい

$A \rightarrow C'$ の部分の仕事が  
上昇と下降で打ち消す  
ことに注意すれば,

$$W_{AD} = W_{C'D} = mg(y_a - y_d)$$

$A \rightarrow D$ の経路に依らず仕事は  $mg(y_a - y_d)$  になる。  
これは、重力が保存力であることを意味する。



## (2)保存力と非保存力 (グループ分け)

(テキスト p.55)

ばねの力が保存力であること

ばねの力  $\vec{F}_s = (-kx, 0)$  が物体に与える仕事

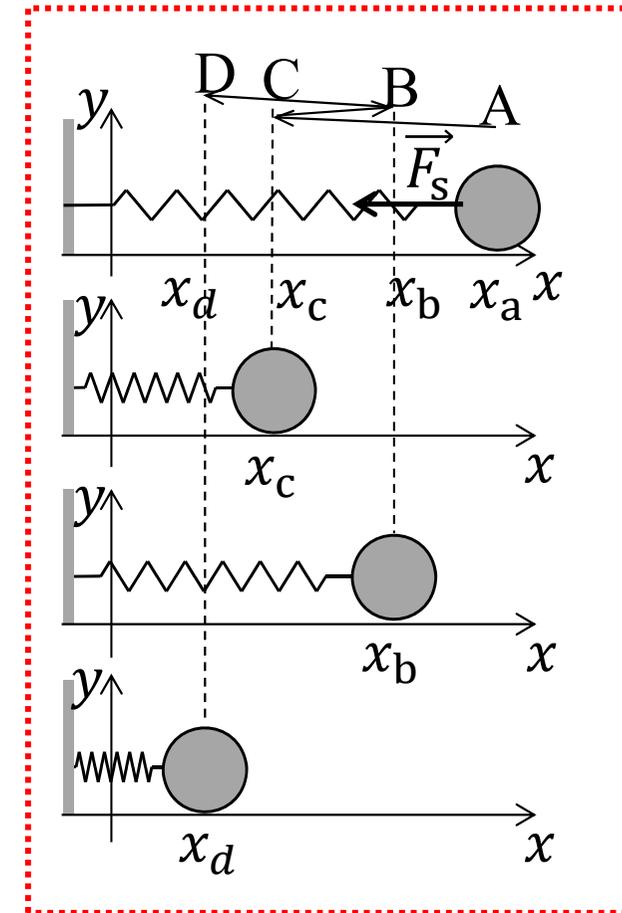
軌道  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$  のように

途中で  $B \rightarrow C \rightarrow B$  と  $BC$  間を

一往復させる場合  $W_{ACBD}$

軌道  $A \rightarrow D$  に沿って運動させる場合

$W_{AD}$



## (2)保存力と非保存力 (グループ分け)

(テキスト p.55)

ばねの力  $\vec{F}_s = (-kx, 0)$  が物体に与える仕事

軌道  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$  のように  
途中で  $B \rightarrow C \rightarrow B$  と  $BC$  間を  
一往復させる場合

$$W_{ACBD} = W_{AB} + W_{BCB} + W_{BD}$$

$$W_{BCB} = W_{BC} + (-W_{BC}) = 0$$

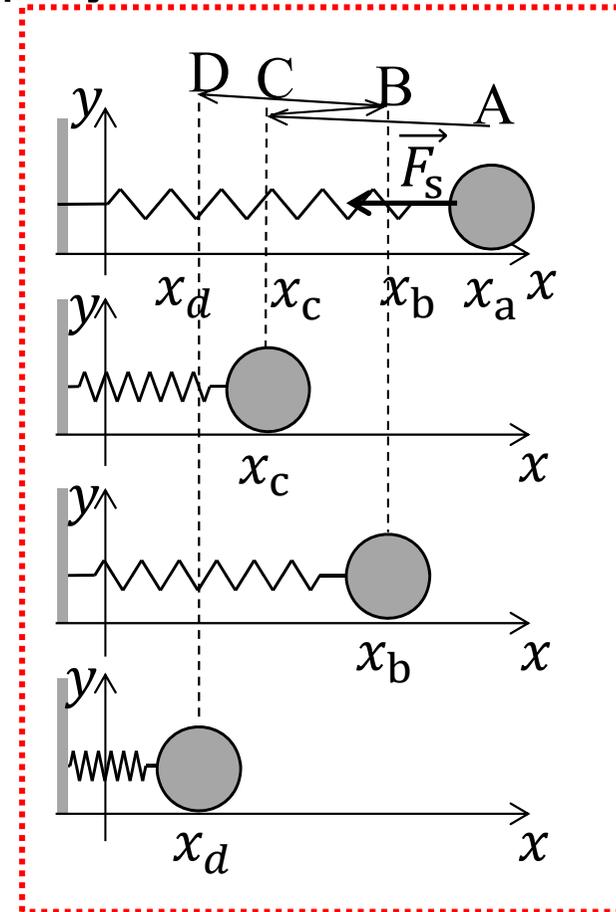
$$W_{ACBD} = W_{AB} + W_{BD}$$

軌道  $A \rightarrow D$  に沿って運動させる場合

$$W_{AD}$$

したがって  $W_{ACBD} = W_{AD}$

これは、ばねの力が保存力であることを意味する。

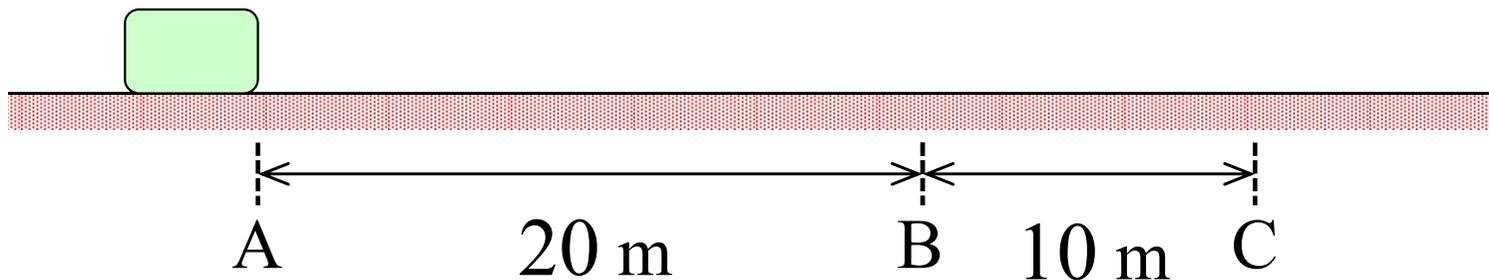


(テキスト p.58)

## (2)保存力と非保存力

確認演習 問題演習12 の問題12-5 に再び取り組み(前々回レポート), 摩擦力が非保存力であることを確かめよ。

動摩擦力の大きさ  $5.0 \text{ N}$  (1)  $A \rightarrow B$  の仕事  $W_{AB}$   
(2)  $A \rightarrow C \rightarrow B$  の仕事  $W_{ACB}$



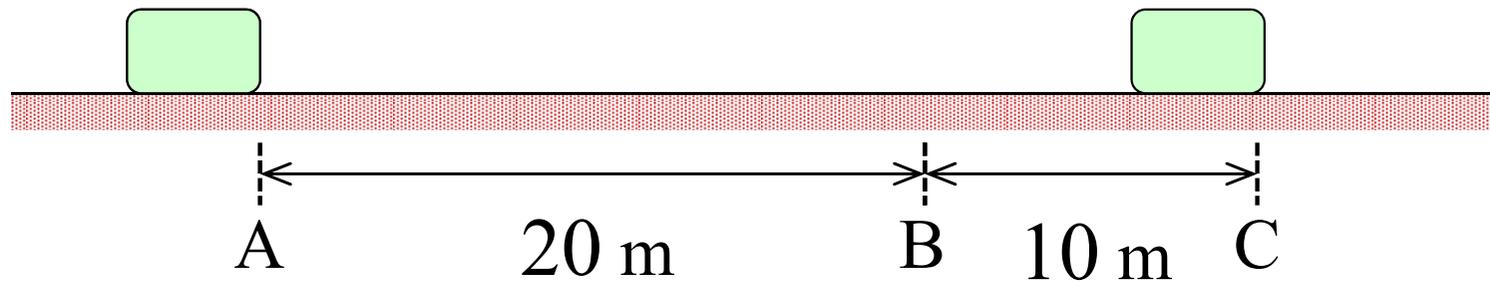
**4** 分

## (2)保存力と非保存力

動摩擦力の大きさ 5.0 N

(1) A→B の仕事  $W_{AB}$

(2) A→C→B の仕事  $W_{ACB}$



$$(1) \quad W_{AB} = Fs \cos \theta = 5.0[\text{N}] \times 20[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ = -100[\text{J}]$$

$$(2) \quad W_{ACB} = 5.0[\text{N}] \times 30[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ + 5.0[\text{N}] \times 10[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ = -200[\text{J}]$$

### (3) 位置エネルギー

重力による位置エネルギー  $U_g(y)$   
(高さ  $y = 0$  を基準とする場合)

$$U_g(y) = F_{gy}\Delta y = mgy \quad [\text{J}] \quad (4.1)$$

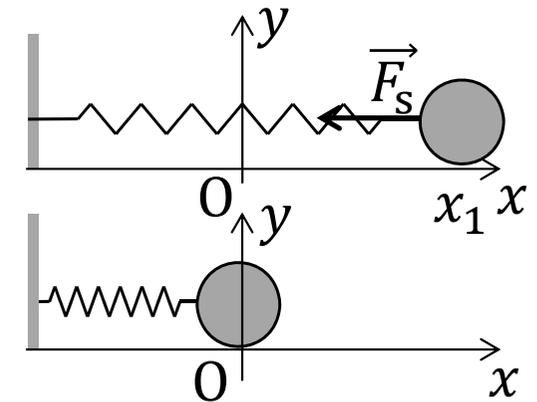
## (3) 位置エネルギー

位置エネルギー  $U_s(x_1)$  は,  $x$  軸に沿って位置  $x_1$  から基準点  $0$  まで往復せずに素直に移動する場合の仕事

$$\begin{aligned} \int_{x=x_1}^{x=0} dW &= \int_{x_1}^0 (-kx) dx = \left[ -\frac{1}{2} kx^2 \right]_{x_1}^0 \\ &= -\frac{1}{2} k \cdot 0^2 - \left( -\frac{1}{2} kx_1^2 \right) = \frac{1}{2} kx_1^2 \end{aligned}$$

ばねの力による位置エネルギー  $U_s(x)$   
(自然長の位置  $x = 0$  を基準とする場合)

$$U_s(x) = \frac{1}{2} kx^2 \quad [\text{J}] \quad (4.2)$$



### (3) 位置エネルギー

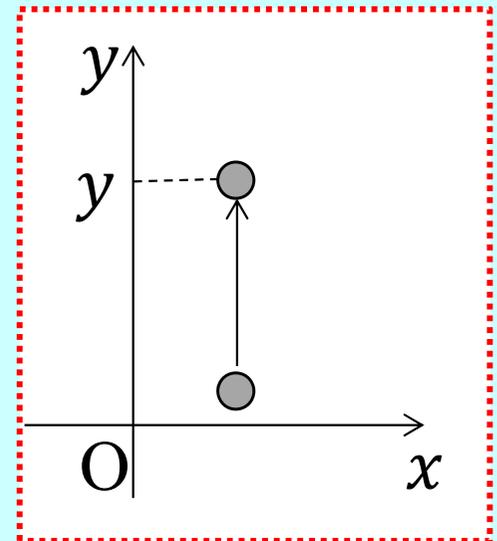
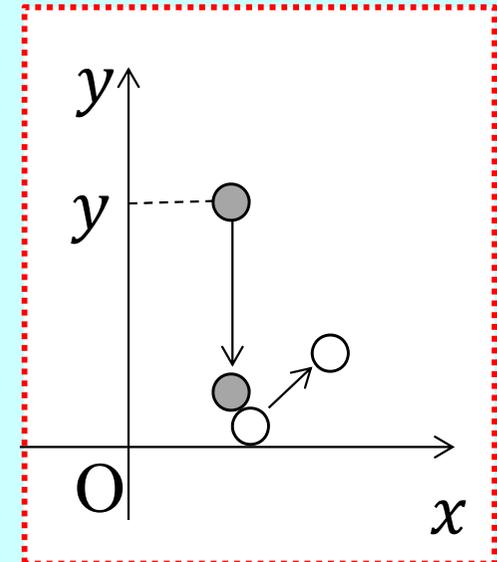
位置高さ $y$ にある物体は、重力だけで落下して、基準の高さにある他の物体に（衝突などで力を加えることで）仕事を与えられる。

この最大値が  $mgy$

既に物体に蓄えられていた。

位置エネルギー  $U_g(y) = mgy$

基準から高さ $y$ に物体を持ち上げるには、仕事 $W$ を与える必要がある。この仕事 $W$ が物体に位置エネルギー $U$ として蓄えられる。



(テキスト p.57～58)

#### (4) 演習1 問題演習12

問題12-1(5)(6), 問題12-6に取り組む。

問題12-8の設定で, 滑り降りた位置を高さ $y = 0$ として, 滑り降りる前の高さで物体が持つ重力による位置エネルギーを求めよ。問題12-8 (1)(2)の答えと比較して, 気が付くことをまとめよ。

**通分**

# ◇ 演習1

(テキスト p.57)

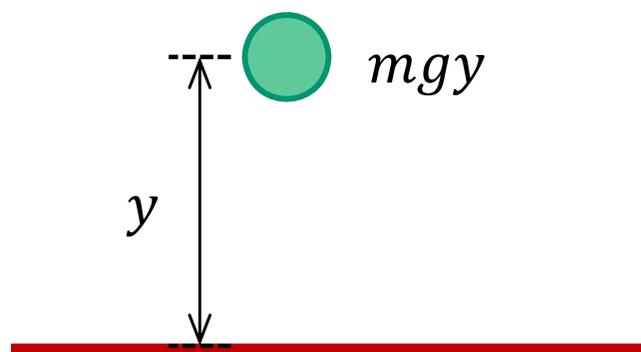
問題12-1(5)

$$U = mgy = 2.5[\text{kg}] \times 9.8[\text{m/s}^2] \times 2.0[\text{m}] = 49[\text{J}]$$

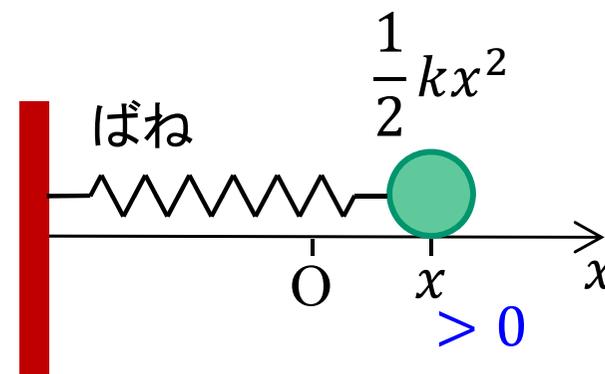
問題12-1(6)

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 20[\text{N/m}] \times (0.20[\text{m}])^2 = 0.40[\text{J}]$$

重力による位置エネルギー



弾性力による位置エネルギー



◇ 演習 1

(テキスト p.58)

問題12-6

$$\cos \theta = \frac{8 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.8, \quad \sin \theta = \frac{6 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.6$$

$$(1) F = mg \sin \theta = 40[\text{kg}] \times 9.8[\text{m/s}^2] \times 0.6 = 235.2[\text{N}]$$

$$(2) W_F = Fs = 235.2[\text{N}] \times 10[\text{m}] = 2352[\text{J}]$$

$$(3) W_{mg} = mgs \cos(90^\circ + \theta)$$

$$= -mgs \cdot \sin \theta$$

$$= -40[\text{kg}] \times 9.8[\text{m/s}^2] \times 10[\text{m}] \times 0.6$$

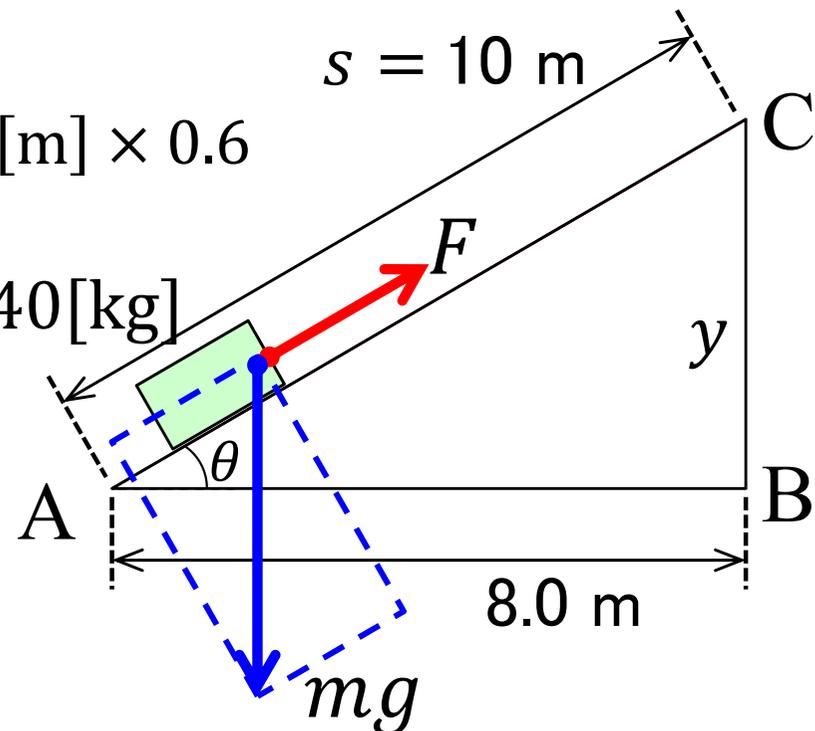
$$= -2352[\text{J}]$$

$$(4) U = mgy$$

$$= mg(s \sin \theta)$$

$$= 40[\text{kg}] \times 9.8[\text{m/s}^2] \\ \times (10[\text{m}] \times 0.6)$$

$$= 2352[\text{J}] \quad (= W_F)$$



◇ 演習1

滑り降りる前の高さで物体が持つ  
重力による位置エネルギー  $U$

滑り降りる前の高さ  $h = \ell \sin 30^\circ = \frac{\ell}{2}$

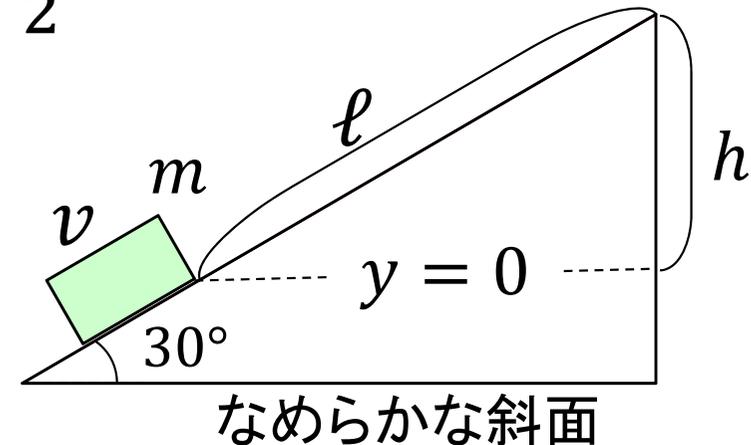
$$U = mgh = \frac{1}{2}mg\ell \quad [\text{J}]$$

(1) 滑り下りる間に重力がする仕事

$$W = F\ell \cos 60^\circ = \frac{1}{2}mg\ell \quad [\text{J}]$$

(2) 滑り下りた後の運動エネルギー

$$K_2 = K_1 + W = 0 + \frac{1}{2}mg\ell = \frac{1}{2}mg\ell \quad [\text{J}]$$



## (5) 演習2: 積分を用いた仕事の計算問題

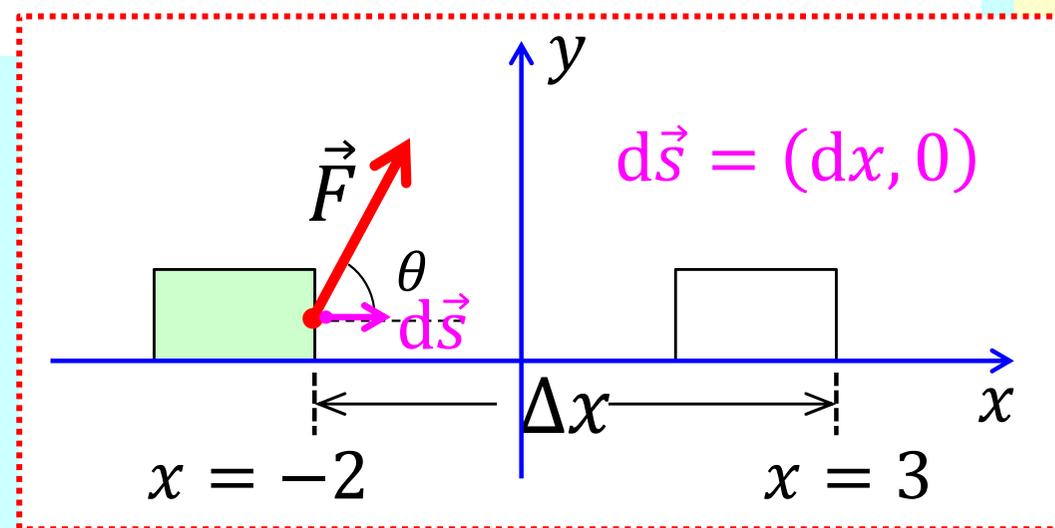
(テキスト p.54)

図のように座標軸を設定する。

物体が  $x = -2$  [m] から  $x = 3$  [m] まで移動するあいだ、 $\vec{F}(x) = (F_x(x), F_y(x)) = (x - 2, x^2)$  [N]と変化する力が加わった。

力 $\vec{F}$ がした仕事  $W = \int_{-2}^3 F_x(x) dx$  を求めよ。

積分



## (5) 演習2: 積分を用いた仕事の計算問題

(テキスト p.51)

$$\begin{aligned}\vec{F} &= (F_x, F_y) = (F \cos \theta, F \sin \theta) \\ &= (x - 2, x^2) \text{ N}\end{aligned}$$

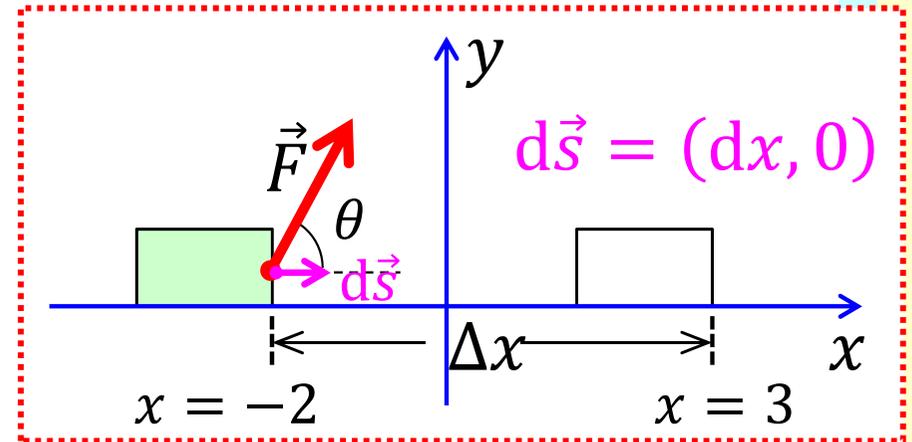
$$d\vec{s} = (dx, 0)$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_x dx$$

$$W = \int_{x=-2}^{x=3} dW = \int_{-2}^3 F_x(x) dx = \int_{-2}^3 (x - 2) dx$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^3 = \left( \frac{3^2}{2} - 2 \times 3 \right) - \left( \frac{(-2)^2}{2} - 2 \times (-2) \right)$$

$$= \{-1.5 - 6\} [\text{J}] = -7.5 \text{ [J]}$$



## 第4回授業 レポート課題

テキスト(p.57~59)の問題演習12 から:問題12-1(5)を「地面より5.0[m]低い位置にある」, (6)を「自然長から0.30[m]縮めたとき」, に変更して答えよ。(5)改で地面から5.0[m]低い位置まで落ちるときに取り出すことができる仕事, (6)改で自然長から0.30[m]縮めるときにばねに与える仕事を求めよ。

問題12-9を解け。問題12-9 (5) は, 力がどのように働くかを正確に見抜く必要があり, 理解度の深さが問われる問題である。この問題12-9 の答案を(ヒントなしで)適切に分かりやすく作成できれば, 保存力と位置エネルギーに関する理解に対して一定の自信をもって良い。(追加の間(3.5)と問(4.5)はヒントである。)

注意1: 計算式だけでなく, 説明文(必要なら適切な図も)を加えて答案を作成すること。答案作成力も見る。

注意2: 最初はこの問題がよく解けなかったとしても構わない。しかし, 次の確認テストまでに何度も復習し, 適切な答案を作れるようにすることを強く勧める。

---

提出×切: 答案用紙を, 今週の**金曜日(13:00)**までに提出

提出場所: **D0308**(原科)研究室前のレポート提出用の**木箱**

注意事項: 自分の答案をノートに記入するか, コピーをとって, 次の授業に持ってくる。

- ・レポート解答用紙

- ・次週の授業プリント

(これに今週のレポート課題も記してある。)

を必ず持って帰ること