

レポート答案（授業 曜 限）学籍番号 _____ 氏名 _____

テキスト p57～.58

問1：問題演習 12- 2(1) 説明・計算（必要に応じて図を描くこと）：

略解参照

$$\text{または } W = Fs \cos 0^\circ = 5.0[\text{N}] \times 20[\text{m}] \times 1 = \dots$$

答：仕事 $W =$ _____

問2：問題演習 12- 5

(1) 説明・計算（必要に応じて図を描くこと）：

$$\begin{aligned} W_1 &= Fs \cos \theta \leftarrow \text{略解の書き方はよくない。略解の } F \text{ は } F_y \text{ のこと} \\ &= 5.0[\text{N}] \times 20[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ &= -100 [\text{J}] = -1.0 \times 10^2 [\text{J}] \end{aligned}$$

答：仕事 $W_1 =$ _____

(2) 説明・計算（必要に応じて図を描くこと）：

略解の書き方より、－が付く理由が分かるように、 $\cos$ を用いた式がよい。

$$W_2 = W_{AC} + W_{CB}$$

(2) 説明・計算（必要に応じて図を描くこと）:

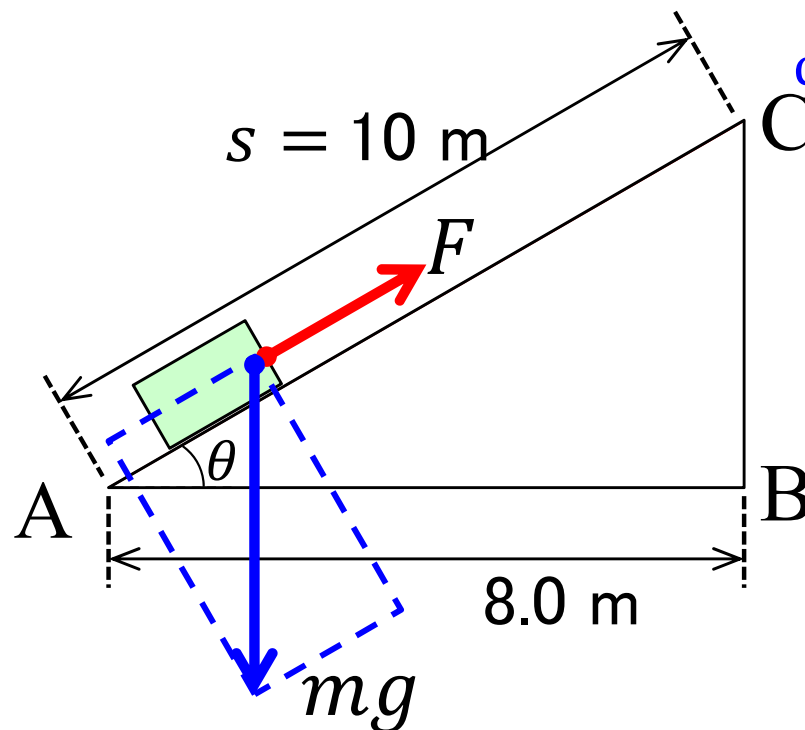
略解の書き方より、一が付く理由が分かるように、 $\cos$ を用いた式がよい。

$$\begin{aligned} W_2 &= W_{AC} + W_{CB} \\ &= 5.0[\text{N}] \times 30[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ &\quad + 5.0[\text{N}] \times 10[\text{m}] \times \cos 180^\circ \\ &= -150[\text{J}] - 50[\text{J}] \\ &= -200[\text{J}] = -2.0 \times 10^2 [\text{J}] \end{aligned}$$

答：仕事 $W_2 =$

問3：：問題演習 12-6

(1) 説明・計算（必要に応じて図を描くこと）：（補足「ゆっくりと」＝加速度が生じないように）



$$\cos \theta = \frac{8.0 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.80, \sin \theta = \frac{6.0 \text{ m}}{10 \text{ m}} = 0.60$$

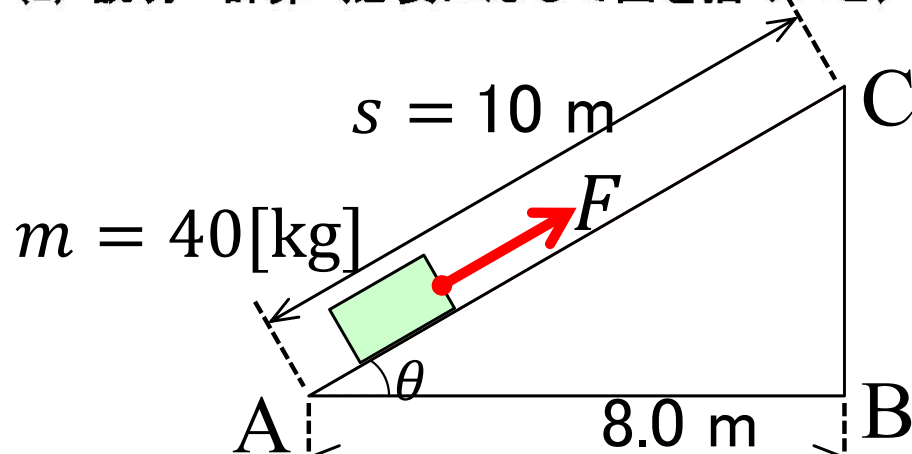
「ゆっくりと」⇒力が釣り合っている

$$\begin{aligned} F &= mg \sin \theta \\ &= 40\text{kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \times 0.60 \\ &= \dots [\text{N}] \end{aligned}$$

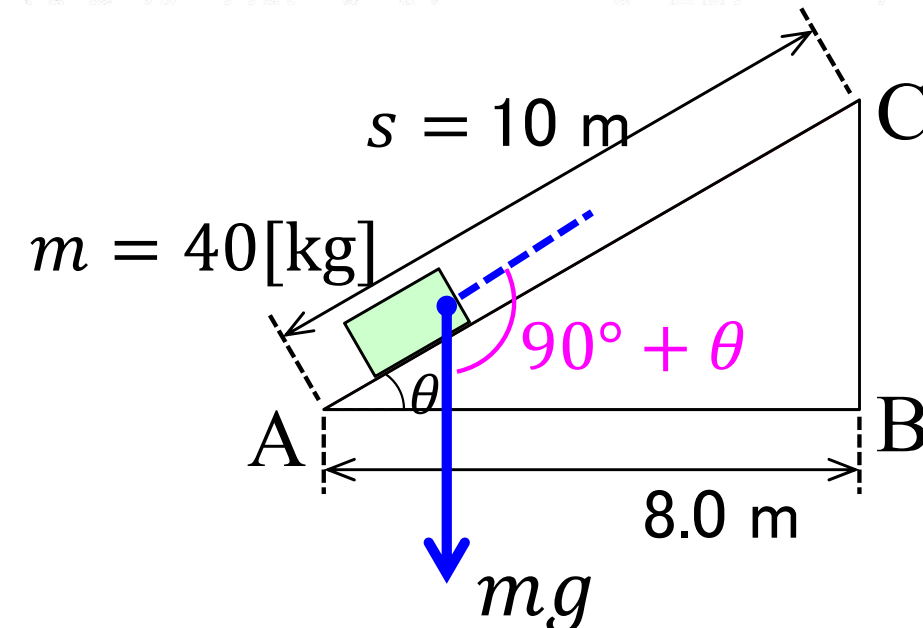
答：力 $F =$

問3 : : 問題演習 12- 6

(2) 説明・計算 (必要に応じて図を描くこと):



(3) 説明・計算 (必要に応じて図を描くこと):



$$\begin{aligned}
 W_3 &= Fs \cos 0^\circ \\
 &= 2.4 \times 10^2 \text{ N} \times 10 \text{ m} \\
 &= 2.4 \times 10^3 \text{ [J]}
 \end{aligned}$$

答: 仕事 $W_3 =$

略解の説明は不正確

重力の移動方向分力は F とは逆向きだから

$$\begin{aligned}
 W_4 &= mgs \cos(90^\circ + \theta) \\
 &= mgs(-\sin \theta) \\
 &= (-Fs) \\
 &= -2.4 \times 10^3 \text{ [J]}
 \end{aligned}$$

答: 仕事 $W_4 =$

問4 : 問題演習 23- 6 テキスト p94

(1) 説明・計算: $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (1, -2)$

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, \quad b = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

授業予定(変更されたシラバス)

- ①力学1の確認と力学2の概要
- ②仕事
- ③運動エネルギー
- ④位置エネルギー (小)
- ⑤力学的エネルギーとその保存則 (小)
- ⑥エネルギーの総合演習 (小)
- ⑦単振動1: 定性的な理解と三角関数 (+ 確認試験1)
- ⑧単振動2: 運動方程式を解く
- ⑨単振動3: 問題演習 (小)
- ⑩円運動と慣性力1: 基礎事項 (小)
- ⑪円運動と慣性力2: 問題演習 (小)
- ⑫力のモーメント1: 実験的理解と定義 (小)
- ⑬力のモーメント2: 問題演習1 (小)
- ⑭問題演習2 (+ 確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

力学2 ≪ 学習到達目標 ≫

1) 仕事の定義を説明できる。

2) 力学的エネルギー保存則を説明できる。

3) 単振動の運動方程式を解き、その運動を説明できる。

4) 円運動と、慣性力としての遠心力を説明できる。

5) 力のモーメントの定義を説明できる。

第3回目 運動エネルギー

今日の授業の目的

力学2 の前半の目的は、力学的エネルギーの理解である。その第一歩として前回は『仕事』の基礎事項を扱った。今回の授業の目的は、仕事をもう一段深く考えて、運動エネルギーを理解することである。次回は位置エネルギーを扱い、次々回に力学的エネルギーを扱う。

- (1) 状況設定：前は力が一定ベクトルの場合の仕事を扱った。
しかし今回は、力 $\vec{F}$ が一定とは限らない（向きや大きさが変化する）とする。
物体が x 軸上を運動する場合を主に考えるが、曲線軌道を描く場合にも一般化する。

※積分を用いて一般的な説明を行う。積分を使って証明された公式を用いて（理解して）計算ができれば、力学2では合格レベルである。しかし、工学で必要となる積分の考え方、計算の仕方にも、徐々に親しんで慣れてほしい。

(2) 定積分

(テキスト p.84～85)

不定積分の確認：変数 x の関数 $f(x)$ の不定積分は(積分して得られる関数を $F(x)$ として)

$$\text{不定積分: } F(x) = \int f(x) dx \quad (3.1)$$

$$\left[\Leftrightarrow F(x) \text{ は } \frac{dF(x)}{dx} = f(x) \text{ を満たす任意の関数} \right]$$

例えば, $f(x) = 15x^4 - 4x + 1$ の場合,

この積分では
積分定数が
現れる。

$$F(x) = \int (15x^4 - 4x + 1) dx \quad (3.2)$$

$$= 15 \times \frac{1}{5} x^{4+1} - 4 \times \frac{1}{2} x^{1+1} + x + \textcolor{blue}{C} = 3x^5 - 2x^2 + x + \textcolor{blue}{C}$$

この $\textcolor{blue}{C}$ の値は, 初期条件で決める

(2) 定積分

(テキスト p.84～85)

定積分: $f(x)$ の不定積分を $F(x) = \int f(x)dx$ とする。

変数 x を, $x = a \rightarrow b$ と動かした場合の関数 $f(x)$ の定積分 S は,

$$\text{定積分: } S = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b = \int_a^b f(x)dx \quad (3.3)$$

変数が $x = a \rightarrow b$ と変化する際の不定積分 $F(x)$ の変化量

記号 $[F(x)]_a^b$ は $F(b) - F(a)$ を略した表示

$\int_a^b f(x)dx$ が定積分を表す記号で, $\int_a^b$ の a と b は

変数 x の値が $a \rightarrow b$ に動くことを表す。

(2) 定積分

(テキスト p.84～85)

注意: 定積分 $S = \int_a^b f(x)dx$ は数値である。

定積分には積分定数が現れない。

例えば, $f(x) = 15x^4 - 4x + 1$ の範囲 $-1 < x < 2$ の定積分は,
不定積分 $F(x)$ 式(3.2)を用いて,

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 (15x^4 - 4x + 1)dx = F(2) - F(-1) \\ &= \left\{ 3 \times 2^5 - 2 \times 2^2 + 2 + C \right\} - \left\{ 3 \times (-1)^5 - 2 \times (-1)^2 + (-1) + C \right\} \\ &= (90 + C) - (-6 + C) = 96 \end{aligned}$$

この計算では途中の積分定数を省略してもよい。

(3)演習1 テキストの問題演習20の
問題20-6(1)(3)に取り組む。

(テキスト p.86)

$$(1) \int_1^3 3x dx$$

$$(3) \int_{-2}^2 \left(3x^2 - 5x + \frac{1}{3} \right) dx$$

時間があれば(2)(4)にも取り組む。

10 分

(3)演習1 問題20-6(1)(3)に取り組む。

$$(1) \left[F(x) = \int 3x dx = \frac{3}{2}x^2 + C \right]$$

$$\int_1^3 3x dx = \left[\frac{3}{2}x^2 \right]_1^3 = \frac{3}{2} \times 3^2 - \frac{3}{2} \times 1^2 = 12$$

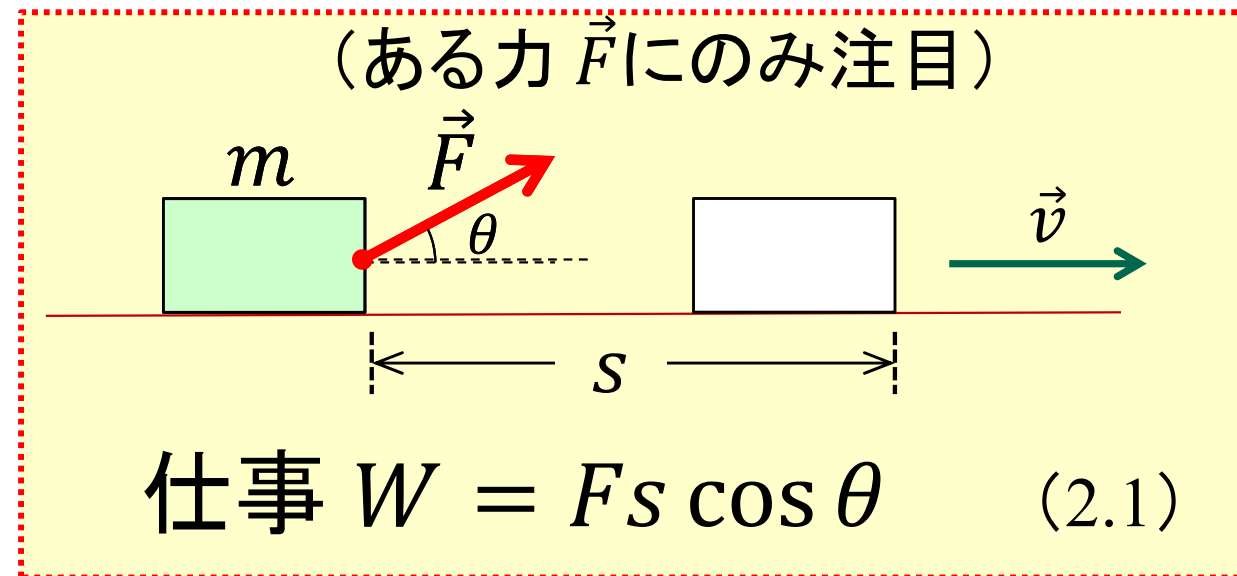
$$(3) \left[F(x) = \int \left(3x^2 - 5x + \frac{1}{3} \right) dx = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + C \right]$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^2 \left(3x^2 - 5x + \frac{1}{3} \right) dx &= \left[x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{3}x \right]_{-2}^2 \\ &= \left(2^3 - \frac{5}{2} \times 2^2 + \frac{1}{3} \times 2 \right) - \left((-2)^3 - \frac{5}{2} \times (-2)^2 + \frac{1}{3} \times (-2) \right) = \frac{52}{3} \end{aligned}$$

(テキスト p.54)

(4) 物体に働く力 $\vec{F}$ が (物体に) 与える仕事の一般的な定義

直線運動
かつ $\vec{F}$ が一定
の場合の仕事



(発展的内容) まずは, 証明された結果を理解し, 利用できればよい。
力 $\vec{F}$ が一定ベクトルでない (向きも大きさも変化し得る) 場合は?

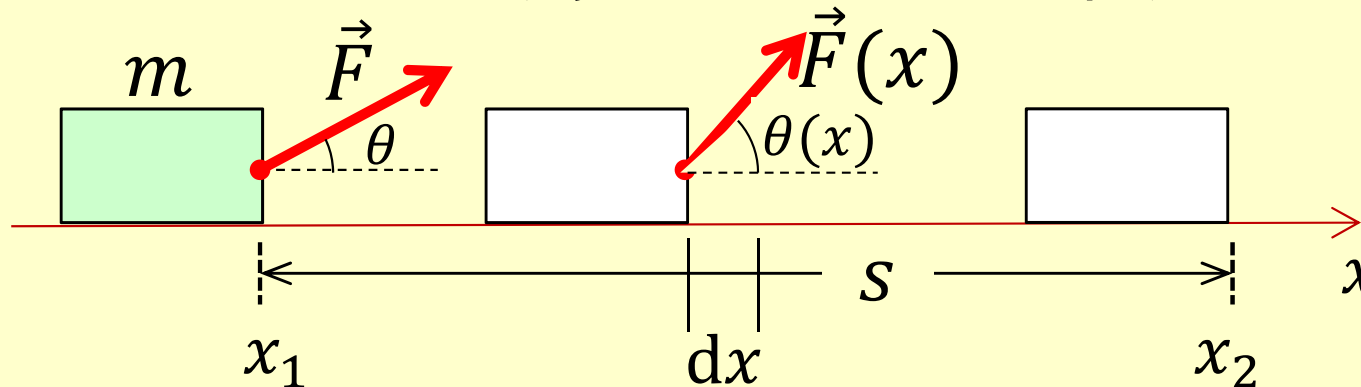
- ① 初めに物体が直線上を運動する場合
- ② 次に物体が曲線軌道を描く運動をする場合

(テキスト p.54)

(4) 物体に働く力 $\vec{F}$ が (物体に) 与える仕事の一般的な定義

① 直線運動 (x 軸上) だが $\vec{F}$ が変化する場合は仕事

(ある力 $\vec{F}$ にのみ注目)



微小距離だけ移動する間は力 $\vec{F}$ が一定とみなせるので、
微小仕事 $dW = \{F(x) \cos \theta(x)\} dx$

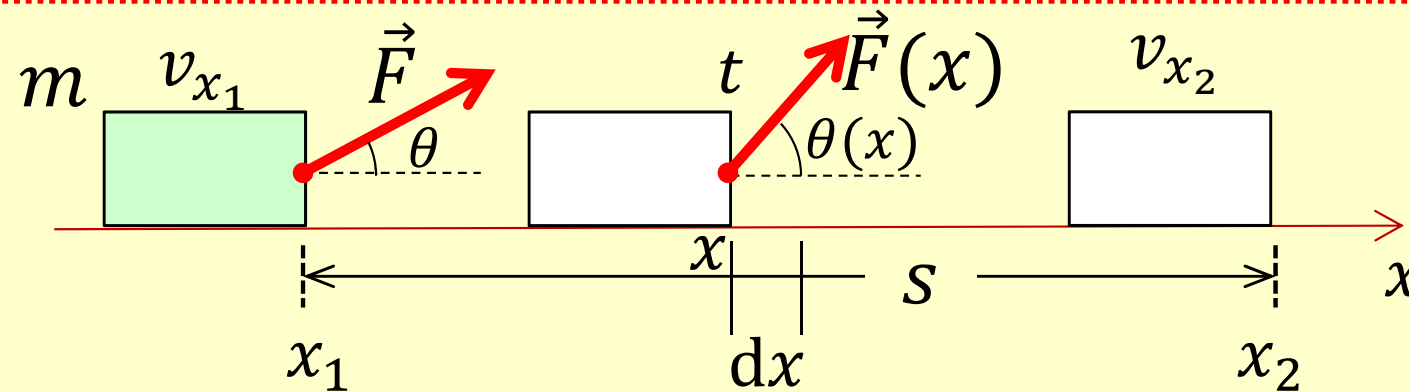
$$W = \int_{x_1}^{x_2} dW = \int_{x_1}^{x_2} \{F(x) \cos \theta(x)\} dx = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx \quad [\text{J}]$$

微小量を足し上げる = 定積分 (3.4)

(テキスト p.54～55)

(5) 運動エネルギー

物体に力を加えると(運動方程式 $\vec{F}(t) = m\vec{a}(t)$ に従って) 加速度が生じて速度が変化する。



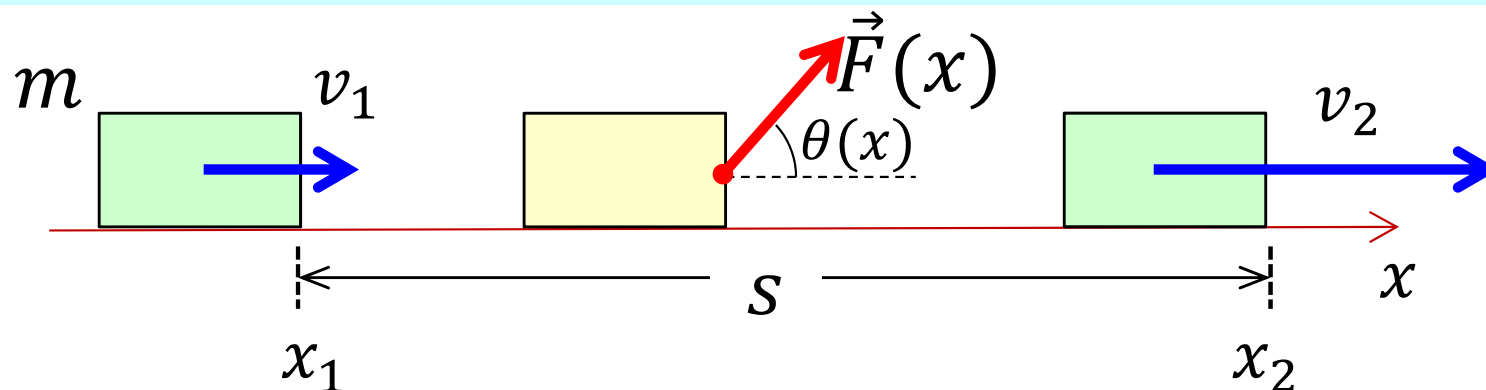
$F_x(t) = ma_x(t)$ と仕事 (3.4) より, ($dx/dt = v_x(t)$ など)

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} ma_x(t) dx \\ &= \int_{t_1}^{t_2} m \frac{dv_x(t)}{dt} v_x(t) dt = \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} m v_x dv_x = \frac{1}{2} m v_{x2}^2 - \frac{1}{2} m v_{x1}^2 \end{aligned}$$

この t は x で決まる $t(x)$

(5) 運動エネルギー

(テキスト p.54～55)



仕事と運動エネルギーの関係:

$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad [\text{J}] \quad (3.5)$$

※この W は物体に働くすべて力をする仕事の和

$$\text{運動エネルギー: } K(t) = \frac{1}{2}mv(t)^2 \quad [\text{J}] \quad (3.6)$$

(テキスト p.56, 58)

(3) 演習2 例題12.2, 問題演習12の問題12-8に取り組む。

例題12.2 なめらかな水平面上を, 5.0 [kg] の物体が
はじめ右向きに速さ 4.0 [m/s] で運動している。

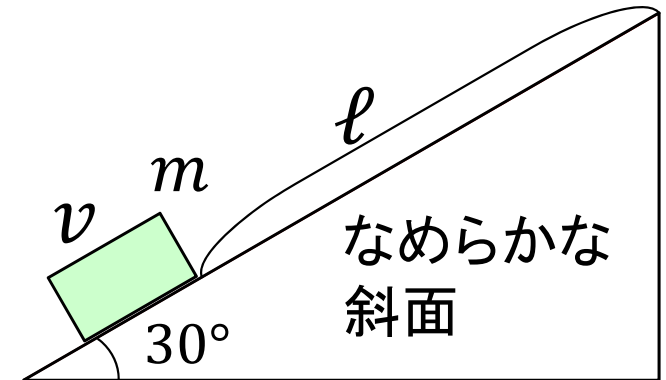
10 [m] 移動する間, 右向きに 12 [N] の力を加え続けた。

- (1) 最初に物体が持っていた運動エネルギー
- (2) 10 [m] 移動した後, 物体の持つ運動エネルギー
- (3) 10 [m] 移動した後, 物体の速さ

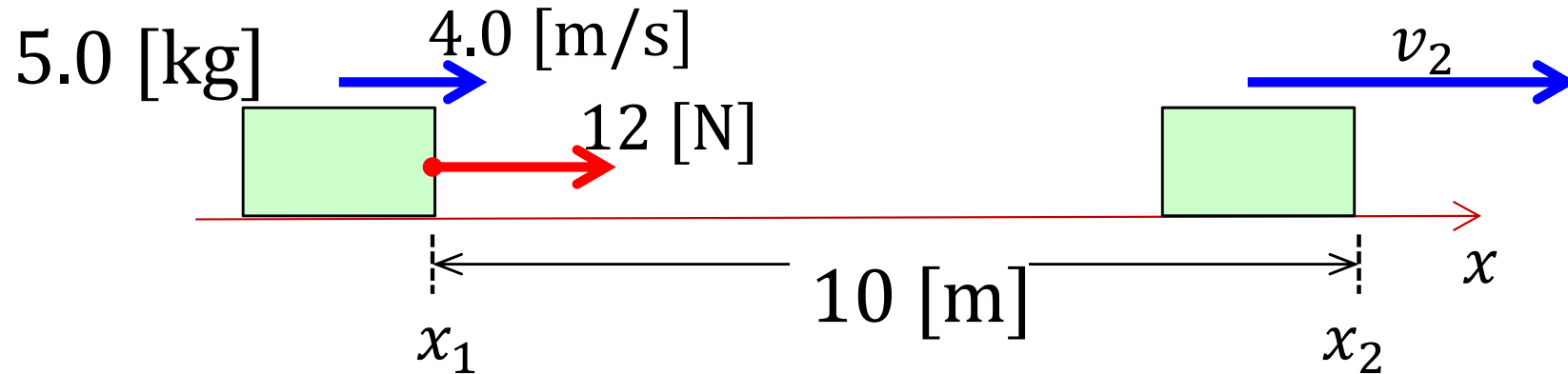
通分

問題12-8 静かに放し ℓ だけ滑り下りた。

- (1) 滑り下りる間に
重力がする仕事
- (2) 滑り下りた後の
運動エネルギー
- (3) 滑り下りた後の
物体の速さ



(3)演習2 例題12.2



(1)最初に物体が持っていた運動エネルギー

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 5.0 [\text{kg}] \times (4.0 [\text{m/s}])^2 = 40 [\text{J}]$$

(2) 10 [m]移動した後, 物体の持つ運動エネルギー

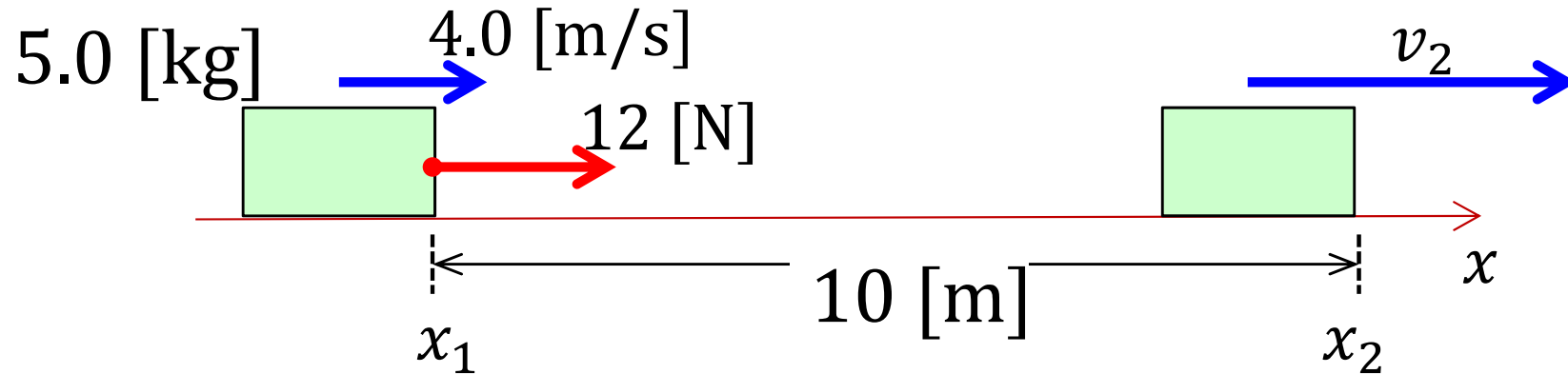
仕事と運動エネルギーの関係 $W = F s \cos 0 = 120 [\text{J}]$

$$W = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow K_2 = K_1 + W = 40 [\text{J}] + 120 [\text{J}] = 160 [\text{J}]$$

この問題では, 重力と垂直抗力も働いていることに注意せよ。
ただし, 重力がする仕事 = 垂直抗力がする仕事 = 0 [J] である。

(3)演習2 例題12.2



(3) 10 [m]移動した後, 物体の速さ

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 160 \text{ [J]}}{5.0 \text{ [kg]}}} \\ = 8.0 \text{ [m/s]}$$

(3)演習2 問題112-8

問題12-8 静かに放し ℓ だけ滑り下りた。

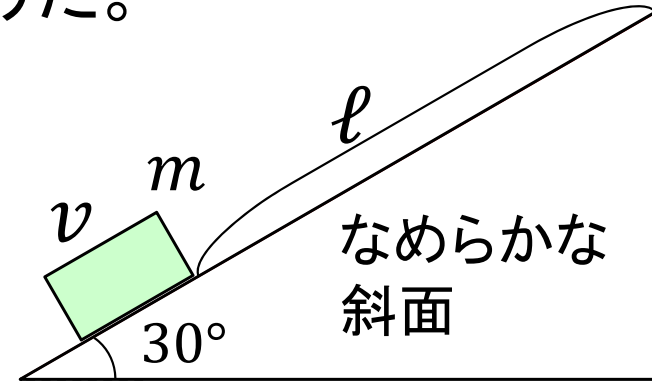
(1)滑り下りる間に重力がする仕事

$$\begin{aligned} W &= F\ell \cos 60^\circ = mg\ell \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2}mg\ell [\text{J}] \end{aligned}$$

(2)滑り下りた後の運動エネルギー—
仕事と運動エネルギーの関係

$$\begin{aligned} W &= K_2 - K_1 \\ \Rightarrow K_2 &= K_1 + W = 0 + \frac{1}{2}mg\ell = \frac{1}{2}mg\ell \quad [\text{J}] \end{aligned}$$

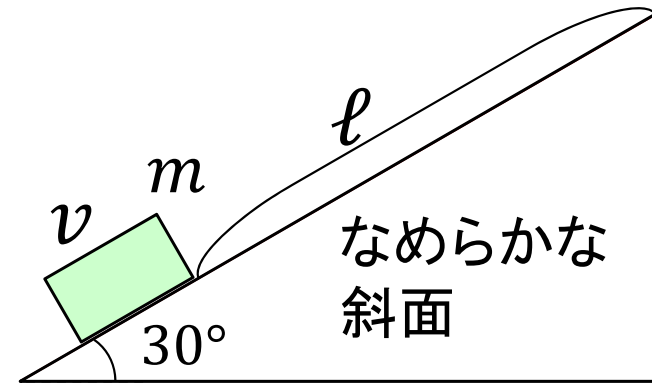
この W は、**重力がする仕事と垂直抗力がする仕事の和**
垂直抗力がする仕事=0[J]であることに注意せよ。



(3)演習2 問題12-8

(3) 滑り下りた後の物体の速さ

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{1}{2} m v_2^2 \\ \Rightarrow v_2 &= \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times \frac{1}{2} m g \ell}{m}} \\ &= \sqrt{g \ell} \quad [\text{m/s}] \end{aligned}$$



(発展的内容)

(テキスト p.84～85)

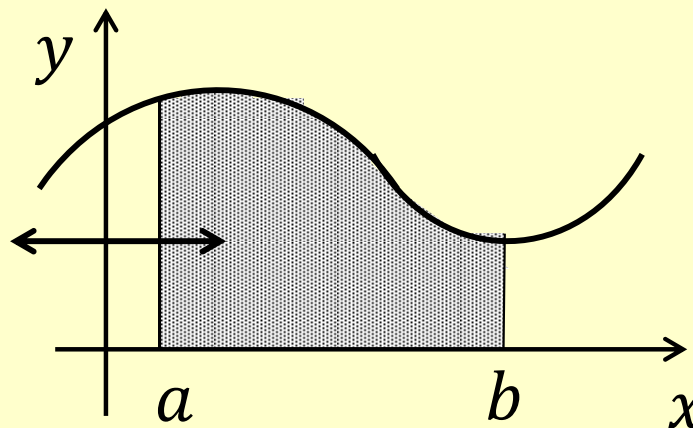
(2)'定積分(のつづき)

補足1: 変数 x を, $x = b \rightarrow a$ と逆に動かした場合の
関数 $f(x)$ の定積分 S' は,

$$S' = \int_b^a f(x) dx = [F(x)]_b^a = F(a) - F(b) = -S \quad (3.7)$$

補足2: 定積分(3.3)の値 S は, テキストp.84 の図のように,
関数 $f(x)$ と x 軸で囲む面積に対応する.

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

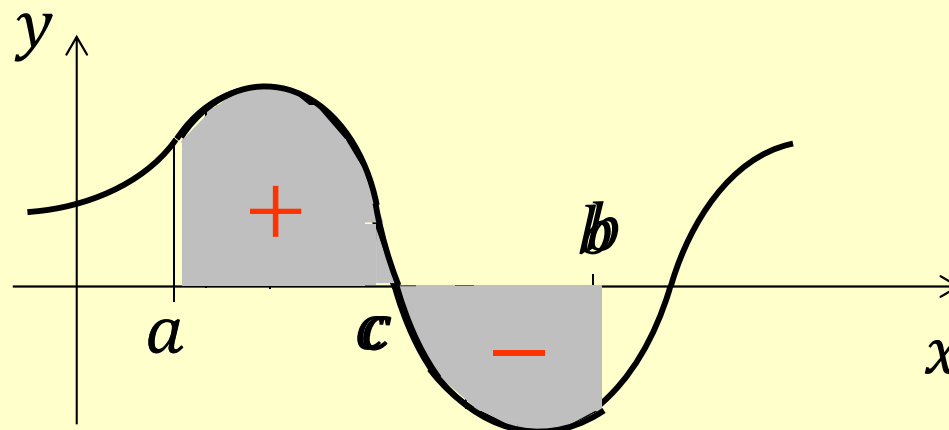


(発展的内容)

(テキスト p.84～85)

(2)'定積分(のつづき)

補足2:

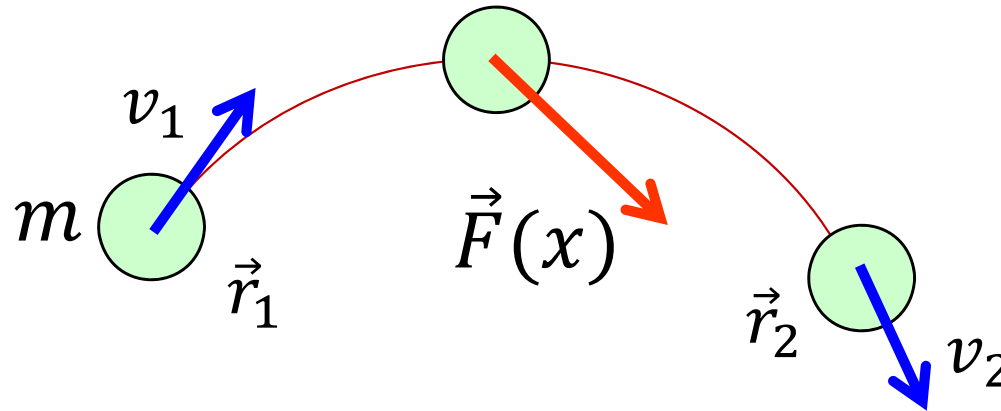


$$S = \int_a^b f(x) dx = \text{[Area above x-axis from } a \text{ to } c\text{]} - \text{[Area below x-axis from } c \text{ to } b\text{]}$$

=『 x 軸より上側の面積』-『 x 軸より下側の面積』

(5)' 運動エネルギー(のつづき)

(テキスト p.54～55)



仕事と運動エネルギーの関係(3.5)は, 直線運動だけでなく曲線軌道を描く運動についても成立する。

仕事と運動エネルギーの関係:

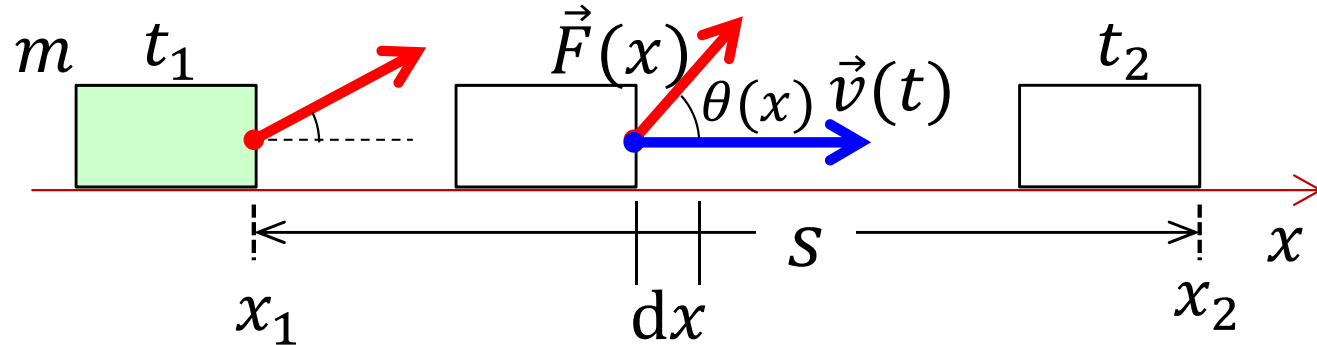
$$W = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad [\text{J}] \quad (3.5)$$

※この W は物体に働くすべて力がする仕事の和

(テキスト p.54)

(4) 物体に働く力 $\vec{F}$ が (物体に) 与える仕事の一般的な定義

① 直線運動 (x 軸上) だが $\vec{F}$ が変化する場合は仕事



$$W = \int_{x_1}^{x_2} \{F(x) \cos \theta(x)\} dx = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx \quad [\text{J}] \quad (3.4)$$

$$P(t) = F(t)v(t) \cos \theta(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t) \quad [\text{J/s}] = [\text{W}]$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt \quad [\text{J}] \quad (3.8)$$

(3.8) の形なら直線運動以外にも成り立つ (3.9)

第3回授業 レポート課題

テキスト(p.57～58)の問題演習12の

問1:問題12-2(ただし問題文に「…物体に水平方向に5.0Nの一定の…」と追加修正する。), 問2:問題12-4, 問3:問題12-7, 仕事と運動エネルギーを使って解け。

注意1:計算式だけでなく, 説明文(必要なら適切な図も)を加えて答案を作成すること。答案作成力も見る。

注意2:最初はこの問題がよく解けなかったとしても構わない。しかし, 次の確認テストまでに何度も復習し, 適切な答案を作れるようにすることを強く勧める。

提出×切:答案用紙を, 今週の**金曜日(13:00)までに提出**

提出場所:**D0308(原科)研究室前のレポート提出用の木箱**

注意事項:自分の答案をノートに記入するか, コピーをとって, 次の授業に持ってくる。

- ・レポート解答用紙
- ・次週の授業プリント
(これに今週のレポート課題も記してある。)

を必ず持って帰ること