授業予定(変更されたシラバス)

①力学1の確認と力学2の概要
②仕事
③運動エネルギー
④位置エネルギー　(小)
⑤力学的エネルギーとその保存則　(小)
⑥エネルギーの総合演習　(小)
⑦単振動1:定性的な理解と三角関数
(＋確認試験1)
⑧単振動2:運動方程式を解く　(小)
⑨単振動3:問題演習　(小)
⑩円運動と慣性力1:基礎事項　(小)
⑪円運動と慣性力2:問題演習　(小)
⑫力のモーメント1:実験的理解と定義
⑬力のモーメント2:問題演習1　(小)
⑭問題演習2
(＋確認試験2)
⑮まとめ
⑯期末試験

力学2≪学習到達目標≫

1）仕事の定義を説明できる。

2）力学的エネルギー保存則を説明できる。

3）単振動の運動方程式を解き，その運動を説明できる。

4）円運動と，慣性力としての遠心力を説明できる。

5）力のモーメントの定義を説明できる。

第14回目　力のモーメント･その他　問題演習2

今日の授業の目的

前回の授業に引き続き，力のモーメントと物体の大きさも考慮した場合のつり合い（ただし，物体に働く力が全て同一平面に平行な場合）の授業内容を定着させるための問題演習を行う。確認テスト2に向けて，その他の内容についても若干の復習と確認を行う。

（テキスト第3章 ）

(1) 力のモーメント

図1のように，点Oに固定された回転軸があり，点Oのまわりでなめらかに回転できる薄い板状の剛体がある。
図に示す2つの力が働いているとき，
点Oのまわりのそれぞれの力のモーメントと
その和を求めよ。

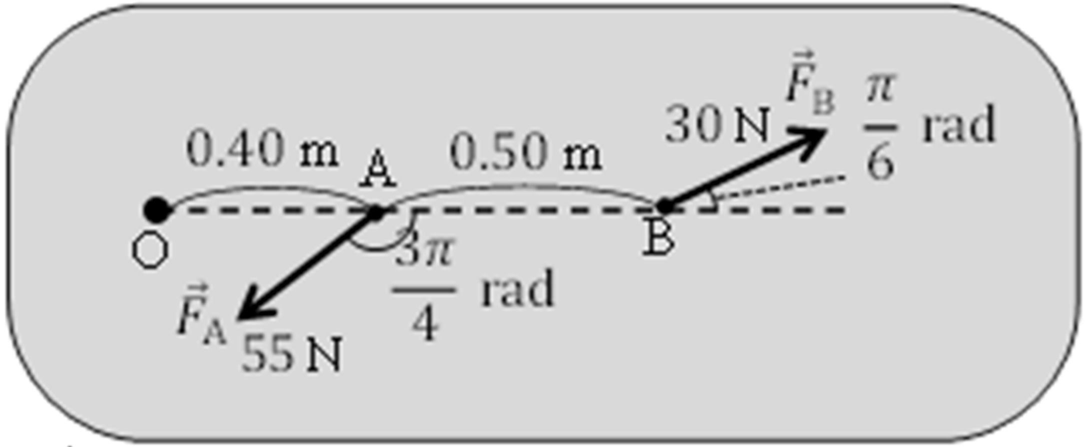

図 1

左回り（反時計回り）を正の回転方向とする。
右回り，左回りどちらに回転するかも答えよ。

（テキスト第3章）

(1) 力のモーメント

左回り（反時計回り）を正の回転方向とする。

定義式　$N = rF\sin\theta$

点Oのまわりの$\vec{F}_{\mathrm{A}}$のモーメント

右回り→符号は負

$$N_{\mathrm{A}} = -0.40\ \mathrm{m} \times 55\ \mathrm{N} \times \sin\frac{3\pi}{4} = -22 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\fallingdotseq -16\ \mathrm{N \cdot m}$$

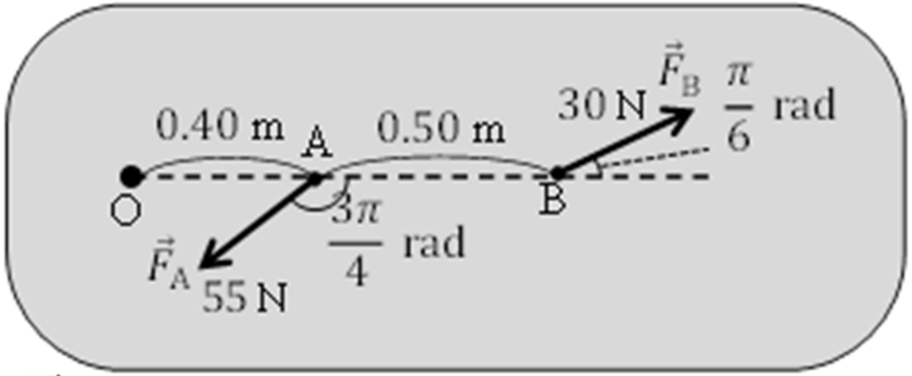

図 1

(1) 力のモーメント

左回り（反時計回り）を正の回転方向とする。

定義式　$N = rF\sin\theta$

点Oのまわりの$\vec{F}_{\mathrm{B}}$のモーメント

左回り→符号は正

$$N_{\mathrm{B}} = 0.90\ \mathrm{m} \times 30\ \mathrm{N} \times \sin\frac{\pi}{6} = -27 \times \frac{1}{2}$$

$$\fallingdotseq 14\ \mathrm{N \cdot m}$$

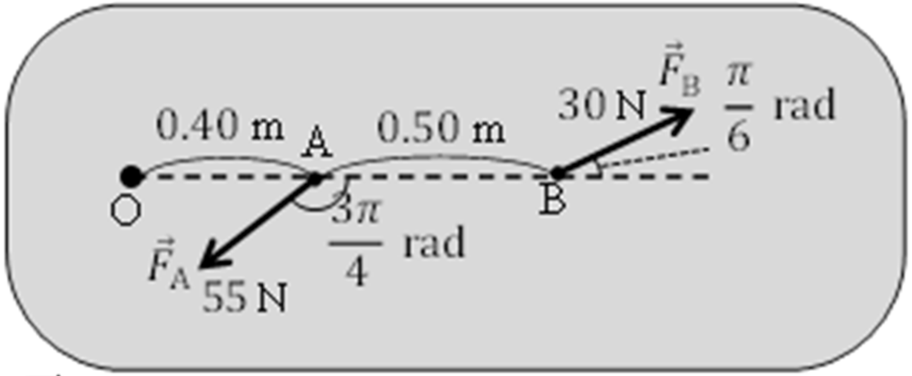

図 1

（テキスト第3章）

(1) 力のモーメント

左回り(反時計回り)を正の回転方向とする。

定義式　$N = rF \sin\theta$

点Oのまわりの力のモーメントの和

$$N = N_{\mathrm{A}} + N_{\mathrm{B}} = -16\ \mathrm{N\cdot m} + 14\ \mathrm{N\cdot m} = -2\mathrm{N\cdot m}$$

$N < 0$ なので，右回りに回転する。

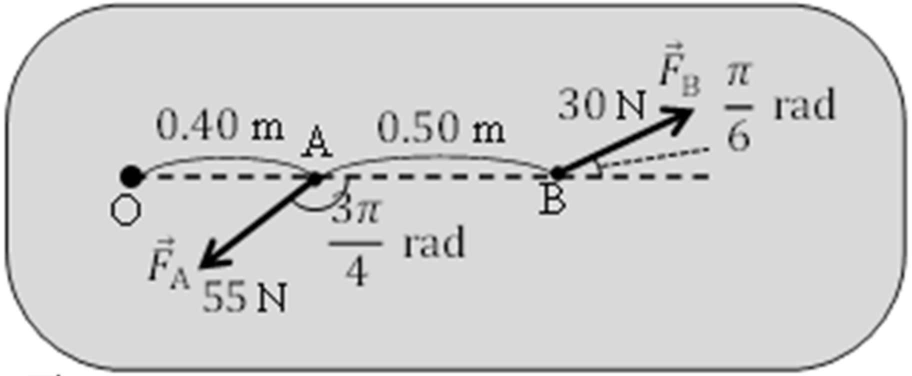

図 1

（テキスト第9章 ）

(2) 単振動

摩擦のない水平面上で，定数980 [N/m]のばねの端に取り付けられた質量20.0 [kg]の小物体Pの運動を考える。
ばねが自然の長さ（0.80 [m]）のときのPの位置を原点O，ばねが伸びる向きをx軸の正の向きとする。
時刻$t = 0$[s]のとき，ばねを0.10 [m]伸ばした位置からPを速度0.70 [m/s]で打ち出した。

① Pの運動方程式を立て，加速度 $a_x(t)$を求めよ。
② Pの運動の一般解は$x(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$ …Ⓐで表せる。角振動数ωを求めよ。
③ Pの速度$v_x(t)$を A，αを含む式で求めよ。
④ 時刻$t = 0$[s]における初期条件を，問題文から読み取り，書き記せ。
⑤ 積分定数 A，αを決定するための連立方程式を求めよ。
⑥ Ⓐで表される単振動の位相を答えよ。

（テキスト第9章）

(2) 単振動

① Pの運動方程式を立て，加速度 $a_x(t)$を求めよ。

$$F_x(t) = -kx(t) = -980x(t)$$
$$ma_x(t) = F_x(t) \quad \Rightarrow \quad 20a_x(t) = -980x(t)$$
$$\therefore\ a_x(t) = -49x(t)$$

② Pの運動の一般解は$x(t) = A\cos(\omega t + \alpha)$ …Ⓐで表せる。角振動数ωを求めよ。

三角関数の2階微分の性質（③から先に計算し，さらに微分して加速度を求めた方がよい）

$$a_x(t) = \frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \alpha) = -\omega^2 x(t)$$

と①を比較して，$\omega^2 = 49 \quad \therefore \omega = 7$ [rad/s]

（テキスト第9章）

(2) 単振動

③ Pの速度$v_x(t)$を A, αを含む式で求めよ。

$$x(t) = A\cos(7t + \alpha) = A\cos\theta$$

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta} = \frac{\mathrm{d}(7t+\alpha)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}A\cos\theta}{\mathrm{d}\theta}$$

$$= 7(-A\sin\theta) = -7A\sin(7t+\alpha) \quad [\mathrm{m/s}]$$

（参考）

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta} = \frac{\mathrm{d}(\omega t+\alpha)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}A\cos\theta}{\mathrm{d}\theta}$$

$$= \omega(-A\sin\theta) = -\omega A\sin(\omega t+\alpha)$$

$$a_x(t) = \frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}\theta} = -\omega\frac{\mathrm{d}(\omega t+\alpha)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}A\sin\theta}{\mathrm{d}\theta}$$

$$= -\omega\cdot\omega(A\cos\theta) = -\omega^2 A\cos(\omega t+\alpha)$$

$$= -\omega^2 x(t)$$

三角関数の2階微分の性質

（テキスト第9章）

(2) 単振動

④ 時刻$t = 0$[s]における初期条件

$$x(0) = 0.10\ [\mathrm{m}]\ ,\ v_x(0) = 0.70\ [\mathrm{m/s}]$$

⑤ 積分定数 $A,\ \alpha$を決定するための連立方程式を求めよ。

$$x(t) = A\cos(7t + \alpha)$$
$$v_x(t) = -7A\sin(7t + \alpha)$$

で $t = 0$ と置くと,

$$x(0) = A\cos(7\times 0 + \alpha) = A\cos\alpha$$
$$v_x(0) = -7A\sin(7\times 0 + \alpha) = -7A\sin\alpha$$

問④の初期条件と比較して,

$$\begin{array}{ll} A\cos\alpha = 0.10 & \Rightarrow \\ -7A\sin\alpha = 0.70 & \Rightarrow \end{array} \left\{\begin{array}{l} A\cos\alpha = 0.10 \\ A\sin\alpha = -0.10 \end{array}\right.$$

⑥ 位相は $7t + \alpha$ または $\omega t + \alpha$ （α ではないことに注意）

（テキストにない）

(3) 等速円運動

地球の赤道面上を周回する静止衛星Sを考える。
静止衛星は地球の自転と同じ周期($T = 24$[h])を持ち，
地球からは静止して見える。
地球の外から観測したSの軌道は等速円運動であるとし，
地球の重心を原点Oに，赤道面内にx軸，y軸をとる。
Sがy軸の正の側を通過した瞬間を時刻$t = 0$[s]とする。

万有引力の法則$F = GMm/r^2$の定数を

$G = 6.7 \times 10^{-11}$[N・m²/kg²],

地球の質量と半径を

$M_\mathrm{E} = 6.0 \times 10^{24}$[kg],

$R_\mathrm{E} = 6.4 \times 10^{3}$[km]

とする。

静止衛星の質量 $m = 200$ [kg]

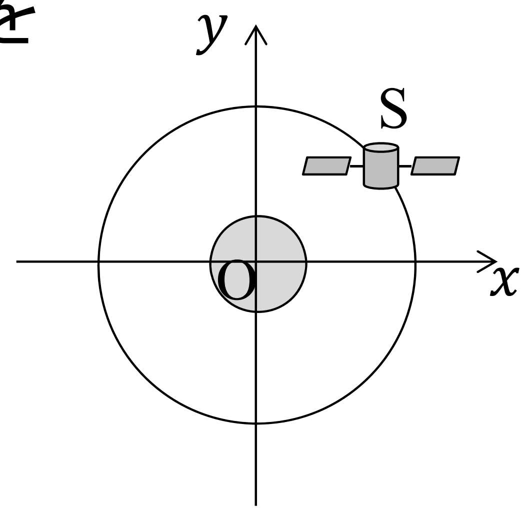

図2 北極側から見た図

（テキストにない ）

(3) 等速円運動

① 静止衛星Sの角速度ωを求めよ。

② 軌道半径を Aとして，位置ベクトル$\vec{r}(t)$を求めよ。

③ $\vec{r}(8[\mathrm{h}])$，$\vec{v}(8[\mathrm{h}])$，$\vec{F}(8[\mathrm{h}])$を図示せよ。

④ 静止衛星Sに働く万有引力が，等速円運動の向心力であることを用いて，Sの軌道半径Aを求めよ（地上から上空何km？）。

⑤ 静止衛星Sに乗っている人が測る遠心力ベクトル$\vec{C}(t)$。

万有引力の法則$F = GMm/r^2$の定数を

$G = 6.7 \times 10^{-11}[\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}]$,

地球の質量と半径を

$M_\mathrm{E} = 6.0 \times 10^{24}[\mathrm{kg}]$,

$R_\mathrm{E} = 6.4 \times 10^{3}[\mathrm{km}]$

とする。

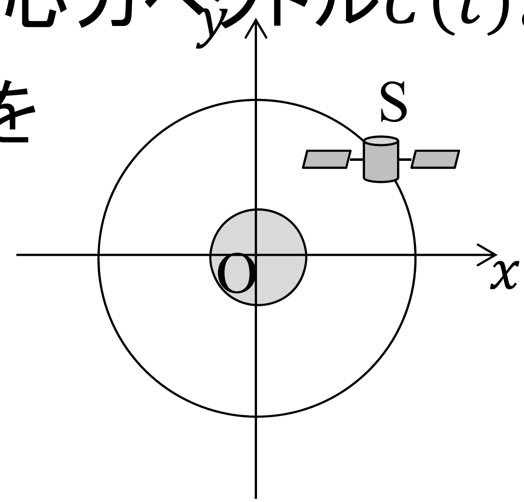

図2 北極側から見た図

（テキストにない ）

(3) 等速円運動

① 静止衛星Sの角速度ωを求めよ。

北極側から見て反時計回りに回る。符号は正。

$$\omega = \frac{2\pi[\mathrm{rad}]}{24 \times 60 \times 60[\mathrm{s}]} = 7.3 \times 10^{-5}[\mathrm{rad/s}]$$

② 軌道半径を Aとして，位置ベクトル$\vec{r}(t)$を求めよ。

$$\vec{r}(t) = \left(A\cos\left(7.3 \times 10^{-5}t + \frac{\pi}{2}\right)\ \ , A\sin\left(7.3 \times 10^{-5}t + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

③ $\vec{r}(8[\mathrm{h}])$，$\vec{v}(8[\mathrm{h}])$，$\vec{F}(8[\mathrm{h}])$を図示せよ。

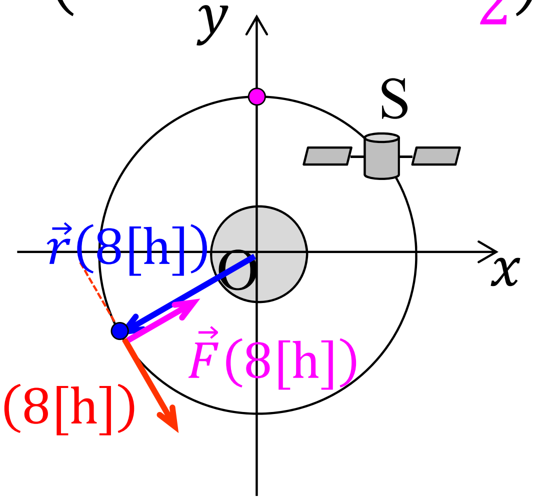

図2 北極側から見た図

（テキストにない）

(3) 等速円運動

④ 静止衛星Sに働く万有引力が，等速円運動の向心力であることを用いて，Sの軌道半径Aを求めよ。

$$F = m\omega^2 A = G\frac{M_\mathrm{E} m}{A^2} \Rightarrow A^3 = \frac{GM_\mathrm{E}}{\omega^2} \quad \left(参考 A^3 = \frac{GM_\mathrm{E}}{4\pi^2}T^2\right)$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{GM_\mathrm{E}}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{6.7\times10^{-11}\times6.0\times10^{24}}{(7.3\times10^{-5})^2}}\,[\mathrm{m}]$$

$$= 4.2\times10^{7}[\mathrm{m}] = 4.2\times10^{4}[\mathrm{km}]$$

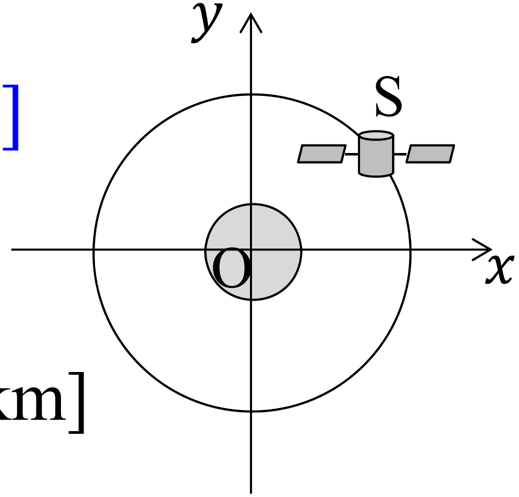

図2 北極側から見た図

地上から上空何km？

$$A - R_\mathrm{E} = 4.2\times10^{4}[\mathrm{km}] - 6.4\times10^{3}[\mathrm{km}]$$

$$\fallingdotseq 3.6\times10^{4}[\mathrm{km}]$$

（テキストにない）

(3) 等速円運動

静止衛星の質量 $m = 200$ [kg]

⑤ 静止衛星Sに乗っている人が測る遠心力ベクトル$\vec{C}(t)$。

$$\vec{r}(t) = \left(A\cos\left(7.3\times10^{-5}t+\frac{\pi}{2}\right)\quad, A\sin\left(7.3\times10^{-5}t+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\vec{C}(t) = -\vec{F}(t) = m\omega^2\vec{r}(t)$$

$$F = m\omega^2 A = 200\times(7.3\times10^{-5})^2\times4.2\times10^7[\mathrm{N}] = 45[\mathrm{N}]$$

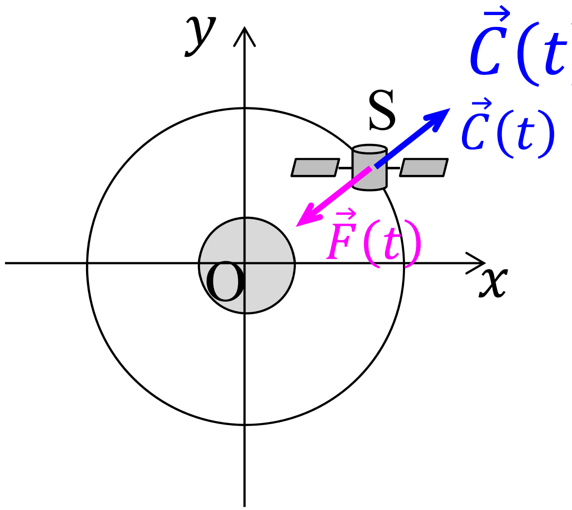

図2 北極側から見た図

$$\vec{C}(t) = \left(45\cos\left(7.3\times10^{-5}t+\frac{\pi}{2}\right)\right.$$
$$\left.,45\sin\left(7.3\times10^{-5}t+\frac{\pi}{2}\right)\right)[\mathrm{N}]$$

静止衛星Sに乗っている人には,
万有引力 $\vec{F}(t)$ と遠心力 $\vec{C}(t)$ が
つり合っているように見える

第14回授業　レポート課題

問題演習3の問題3-10と3-11（テキストp.36）を解答せよ。ただし，次の変更または数値を与える。

問題3- 10：棒の質量を5.0 [kg]，$\theta = \dfrac{\pi}{6}$ [rad]

として，W, N, T, Fを数値で求めよ。

問題3-11：静止摩擦係数を$\mu = 0.60$に変更して最小のθを求めよ。

注意：計算式だけでなく，説明文や適切な図を加えて，答案を作成することを心がけよ。答案作成力も見る。

提出〆切：答案用紙を，年明け1月10日（金）13：00までに提出

提出場所：D0308（原科）研究室前のレポート提出用の木箱

注意事項：自分の答案をノートに記入するか，コピーをとって，次の授業に持ってくる。

テスト終了後に
前回課題（確認テストの勉強）も提出する。

・次週の授業プリント
（これに今週のレポート課題も記してある。）
・レポート解答用紙

を必ず持って帰ること