

(a)

a-1) 演習 2 の位置ベクトル $\vec{r}(t)$ から読み取れ。

$$\vec{r}(t) = (0.5 \cos(28 t - \pi), \quad 0.5 \sin(28 t - \pi))$$

$$\text{答 : } A = 0.5 \text{ [m]} \quad \omega = 28 \text{ [rad/s]} \quad \alpha = -\pi \text{ [rad]}$$

a-2) 説明・計算：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \cdots \text{ [s]}, \quad v = A|\omega| = \cdots \text{ [m/s]}, \quad a = A\omega^2 = \cdots \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$, $y(t)$ を微分し, $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ を用いて求められる。

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dx}{d\theta} = \cdots = -\omega A \sin(\omega t + \alpha)$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dv_x}{d\theta} = \cdots = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\text{答 : } T = \quad \quad \quad v = \quad \quad \quad a =$$

a-3) 説明・計算：

$$\text{加速度 } \vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)$$

$$\text{張力(向心力)} \quad \vec{H}(t) = m\vec{a}(t) = -m\omega^2 \vec{r}(t)$$

物体と共に等速円運動する観測者には,
張力と遠心力がつり合って静止している。

$$\therefore \text{遠心力} \quad \vec{C}(t) = -\vec{H}(t) = m\omega^2 \vec{r}(t)$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dv_x}{d\theta} = \dots = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha)$$

答 : $T =$

$v =$

$a =$

a-3) 説明・計算 :

加速度 $\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)$

張力(向心力) $\vec{H}(t) = m\vec{a}(t) = -m\omega^2 \vec{r}(t)$

物体と共に等速円運動する観測者には,
張力と遠心力がつり合って静止している。

$$\begin{aligned} \therefore \text{遠心力} \quad \vec{C}(t) &= -\vec{H}(t) = m\omega^2 \vec{r}(t) \\ &= (m\omega^2 x(t), m\omega^2 y(t)) \\ &= (m\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha), m\omega^2 A \sin(\omega t + \alpha)) \end{aligned}$$

答 : $\vec{C}(t) =$

a-4) 説明・計算 :

張力(向心力) $\vec{H}(t)$ と速度 $\vec{v}(t)$ は直交するので,
 $P = H(t)v(t) \cos 90^\circ = 0 \text{ [W]}$

$$\text{速さ } v = r\omega = r\sqrt{a/r} = \sqrt{ra} = \sqrt{rkx/m} = 1.3 \times 10^1 \text{ m/s}$$

$$\text{答: } v = 1.3 \times 10^1 \text{ m/s}$$

(6) 説明・計算: **力学的エネルギーは**

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{rkx/m}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{2}rkx + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx(r+x) = 1.9 \times 10^2 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\text{答: } E = 1.9 \times 10^2 \text{ J}$$

☆このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外にこの授業の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。

チャレンジ問題: 誤差の見積もりについて, 自分で考えたことがあれば以下の余白にまとめてみて下さい。この問題には, 必ずしも一つの正解があるわけではありません。如何に論理的に妥当な考え方で誤差を見積るか(予想するか)という問題です。

この等速円運動では加速度の大きさが $a = 3.2 \times 10^2 [\text{m/s}^2]$
 重力加速度の大きさは $g = 9.8 [\text{m/s}^2]$

$$\frac{g}{a} = 0.031 = 3.1\%$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(1.3 \times 10^1)^2}{0.5} = 3.2 \times 10^2 \text{ m/s}^2$$

☆このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外にこの授業の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。

チャレンジ問題：誤差の見積もりについて、自分で考えたことがあれば以下の余白にまとめてみて下さい。この問題には、必ずしも一つの正解があるわけではありません。如何に論理的に妥当な考え方で誤差を見積るか（予想するか）という問題です。

この等速円運動では加速度の大きさが $a = 3.2 \times 10^2 [\text{m/s}^2]$
重力加速度の大きさは $g = 9.8 [\text{m/s}^2]$

$$\frac{g}{a} = 0.031 = 3.1\%$$

$(1 + \varepsilon)^n \doteq 1 + n\varepsilon$ $\left(\frac{g}{a}\right)^n$ または $\left(\frac{mg}{ma}\right)^n$ に比例する物理量
には, $3.1n\%$ 程度の誤差が生じる。

授業予定(変更されたシラバス)

- ①力学1の確認と力学2の概要
- ②仕事
- ③運動エネルギー
- ④位置エネルギー (小)
- ⑤力学的エネルギーとその保存則 (小)
- ⑥エネルギーの総合演習 (小)
- ⑦単振動1: 定性的な理解と三角関数 (+ 確認試験1)
- ⑧単振動2: 運動方程式を解く
- ⑨単振動3: 問題演習 (小)
- ⑩円運動と慣性力1: 基礎事項 (小)
- ⑪円運動と慣性力2: 問題演習 (小)
- ⑫力のモーメント1: 実験的理解と定義 (小)
- ⑬力のモーメント2: 問題演習1 (小)
- ⑭問題演習2 (+ 確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

力学2 ≪ 学習到達目標 ≫

- 1) 仕事の定義を説明できる。
- 2) 力学的エネルギー保存則を説明できる。
- 3) 単振動の運動方程式を解き、その運動を説明できる。
- 4) 円運動と、慣性力としての遠心力を説明できる。
- 5) 力のモーメントの定義を説明できる。

第11回目 円運動と慣性力2(問題演習)

今日の授業の目的

前回, 等速円運動と慣性力を扱った。様々な製品には回転する部品が多いので, 工学系において等速円運動は基礎的で重要な運動である。また, 加速運動する観測者が測る『見かけ上の力』である慣性力も, 車や飛行機など運動する機械の部品や搭乗者の視点に立つとき, 考慮する必要がある。今回の授業の目的は, 等速円運動と関連事項の理解を定着させるための問題演習である。

(1)演習1: 加速直線運動の慣性力

花子が測定する花子自身に働く慣性力 $\vec{C}(t)$ は？

$$\text{花子: } F_x(t) + C_x(t) = 0$$

太郎が測る花子の速度

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d(4t^{5/2})}{dt} = 10t^{3/2} [\text{m/s}]$$

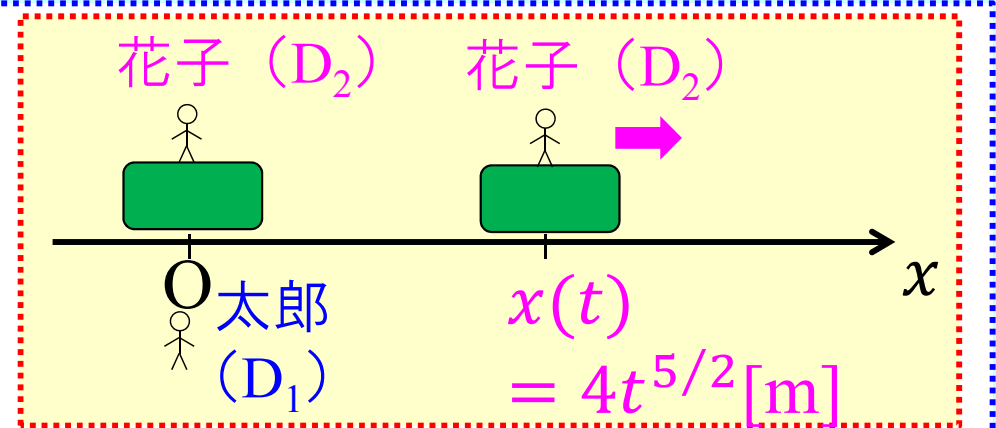
// 花子の加速度

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d(10t^{3/2})}{dt} = 15t^{1/2} [\text{m/s}^2]$$

// 花子に働く力

$$F_x(t) = ma_x(t) = 60 \times 15t^{1/2} = 900t^{1/2} [\text{N}]$$

$$\text{慣性力 } C_x(t) = -F_x(t) = -ma_x(t) = -900t^{1/2} [\text{N}]$$



(2)演習2:円錐振り子(問題9-4)

$m = 5.0$ [kg], 糸の長さ $\ell = 2.0$ [m],
鉛直方向と糸の間の角 $\theta = \pi/6$ [rad],

(1) $\triangle OKP$ の図に重力 $\vec{G}$ と張力 $\vec{S}$ の
ベクトルを表す矢印を描け。

作図を参考に張力の大きさ S を
求めよ。

(2-1) 合力 $\vec{F}(t)$ を作図せよ。

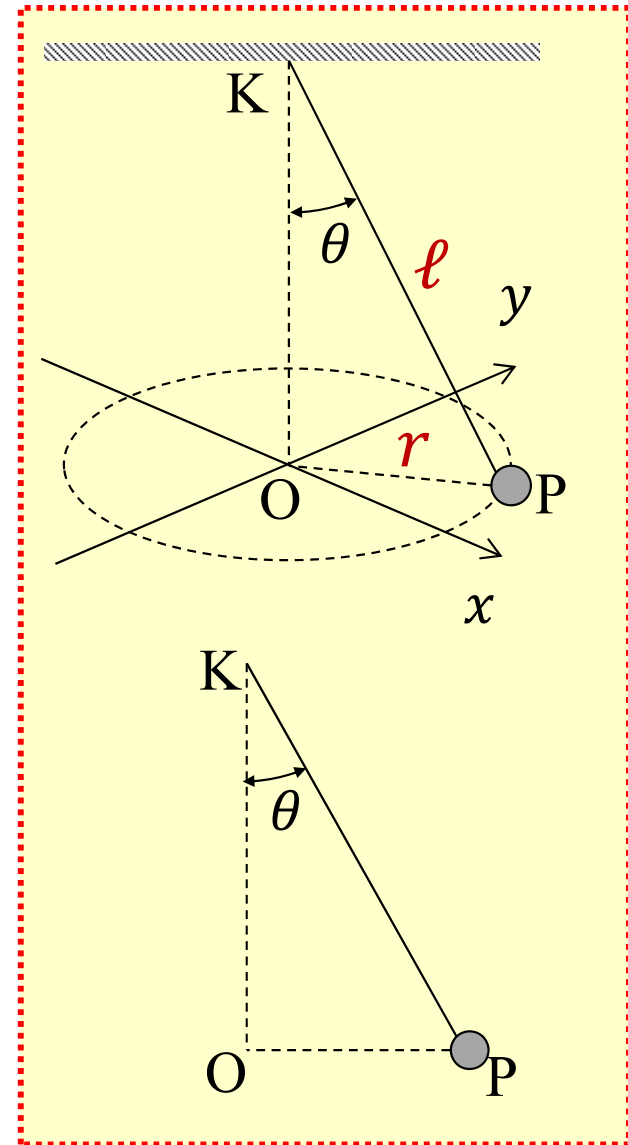
また, 合力の大きさ F を求めよ。

(2-2) 図を参考に, 回転の半径 r を
求めよ。

(2-3) 角速度 ω を求めよ。

(ヒント:運動方程式を用いる。)

(3) 周期 T を求めよ。



(2) 演習2: 円錐振り子

$m = 5.0$ [kg], 糸の長さ $\ell = 2.0$ [m],
鉛直方向と糸の間の角 $\theta = \pi/6$ [rad],

- (1) 重力 $\vec{G}$ と張力 $\vec{S}$ の矢印を描く。
鉛直方向のつり合いより,

$$S \cos \theta - mg = 0 \quad \therefore S = 98/\sqrt{3} \text{ N}$$

- (2-1) 合力 $\vec{F}(t)$ を作図。図より,

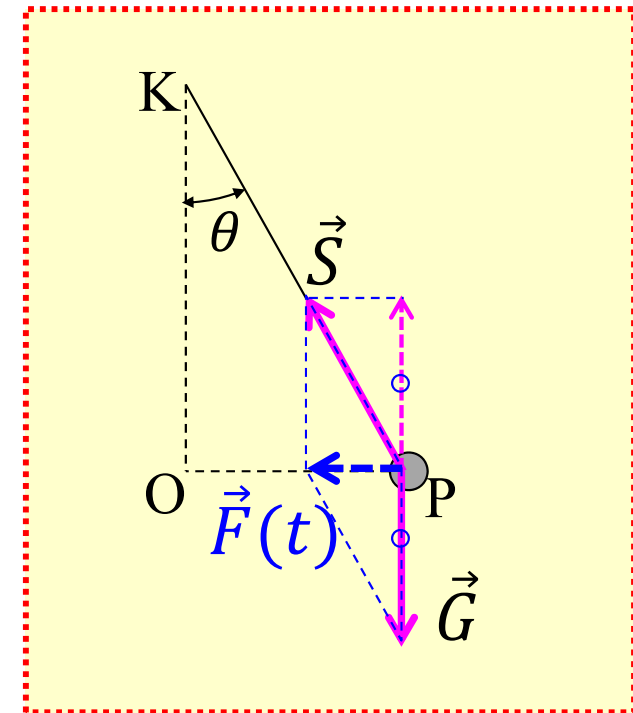
$$F = S \sin \theta (= mg \tan \theta) \\ = 49/\sqrt{3} \text{ N}$$

- (2-2) 図より, $r/\ell = \sin \theta$

$$\therefore r = \ell \sin \theta = 1.0 \text{ [m]}$$

- (2-3) 運動方程式 $F = ma = m\omega^2 r$ より, $\omega^2 = \frac{F}{mr}$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{F}{mr}} \left(= \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \theta}} \right) = \sqrt{\frac{9.8}{\sqrt{3}}} \text{ rad/s} = 2.4 \text{ rad/s}$$



(2)演習2:円錐振り子

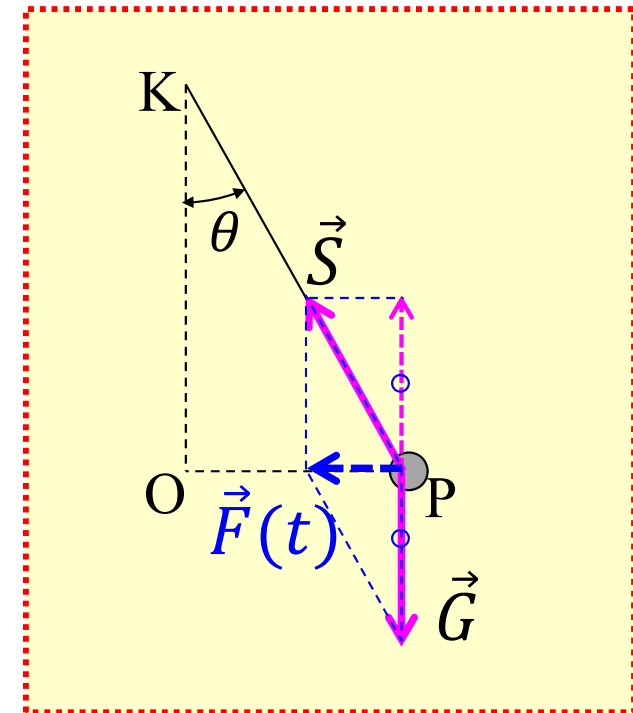
$m = 5.0$ [kg], 糸の長さ $\ell = 2.0$ [m],
鉛直方向と糸の間の角 $\theta = \pi/6$ [rad],

(2-3)運動方程式 $F = ma = m\omega^2 r$ より,

$$\begin{aligned}\therefore \omega &= \sqrt{\frac{F}{mr}} \left(= \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \theta}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{9.8}{\sqrt{3}}} \text{ rad/s} = 2.4 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

(3)周期 T は, $\omega T = 2\pi$ の関係より,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \theta}{g}} = 2.6 \text{ s}$$



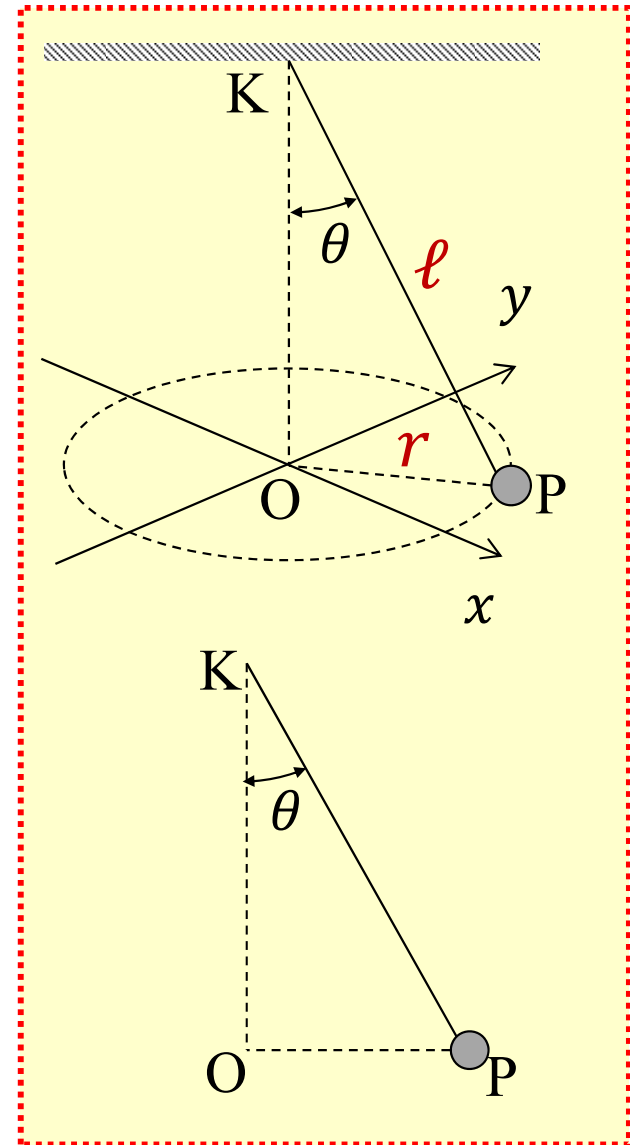
(2)演習2:円錐振り子(問題9-4)

$m = 5.0$ [kg], 糸の長さ $\ell = 2.0$ [m],
鉛直方向と糸の間の角 $\theta = \pi/6$ [rad],

追加(4) 時刻0 [s]での回転角を
 $1/7$ [rad]とする。位置ベクトル
 $\vec{r}(t)$ [m]の xy 成分を表せ。

追加(5) Pに働く向心力 $\vec{F}(t)$ の xy 成分
を表せ。

追加(6) Pと共に運動する観測者が
測る, Pに働く遠心力 $\vec{C}(t)$ を求めよ。



(2)演習2:円錐振り子

$$m = 5.0 \text{ [kg]}, \ell = 2.0 \text{ [m]},$$

$$\theta = \pi/6 \text{ [rad]}, r = 1.0 \text{ [m]},$$

$$\omega = 2.4 \text{ [rad/s]}, \alpha = 1/7 \text{ [rad]}$$

追加(4) $\vec{r}(t)$ [m]のxy成分。

$$\vec{r}(t)$$

$$= (1.0 \cos(2.4t + 1/7), \quad 1.0 \sin(2.4t + 1/7)) \text{ [m]}$$

追加(5) 向心力 $\vec{F}(t)$ のxy成分。

$$\vec{F}(t) = -m\omega^2 \vec{r}(t) = -\{mg/(\ell \cos \theta)\} \vec{r}(t)$$

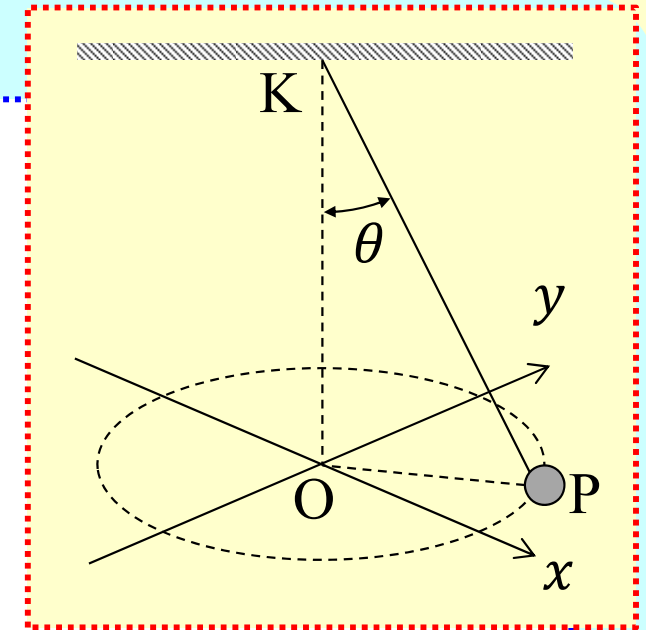
$$= (-28 \cos(2.4t + 1/7), \quad -28 \sin(2.4t + 1/7)) \text{ [N]}$$

追加(6) Pと共に運動する観測者が測る, Pに働く遠心力 $\vec{C}(t)$ 。

$$\vec{C}(t) = -\vec{F}(t)$$

$$= (28 \cos(2.4t + 1/7), \quad 28 \sin(2.4t + 1/7)) \text{ [N]}$$

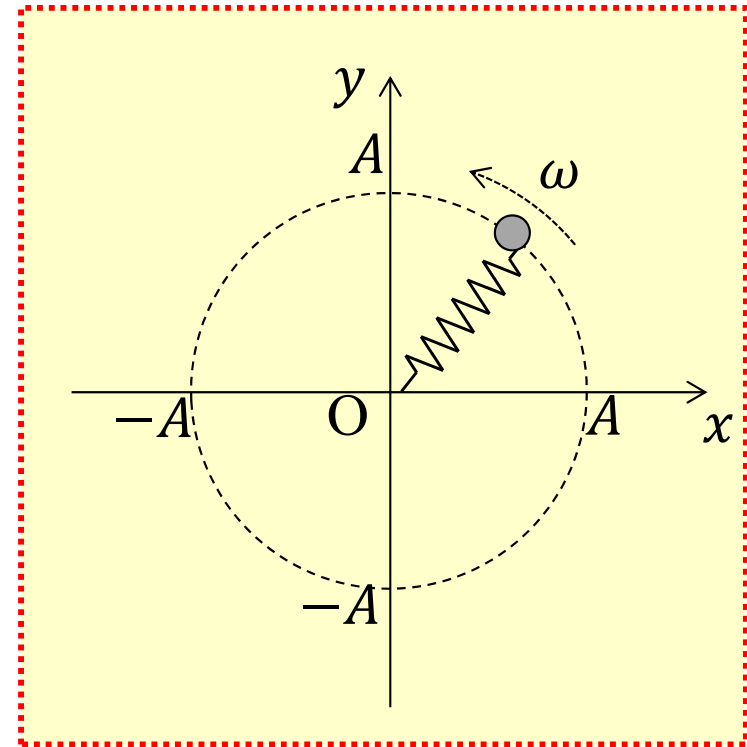
大きさ: 28 N 向き: 円運動の中心から外側に向かう向き



(2)演習3: 弾性力による等速円運動

ばね定数 k [N/m], 自然長 L [m]
質量 m [kg]

- (a) 等速円運動をしている間の
ばねの長さ A を, k , L , ω , m
から必要なものを使って表せ。
(ヒント: 運動方程式)
- (b) ある角速度 $\omega_{\max}$ 以上に速い
回転をさせることが出来ない。
この**角速度の上限値 $\omega_{\max}$** を,
 L , k , m から必要なものを使って表せ。
(ヒント: 角速度 ω を小さな値から増やしていくと
 A がどうなるか, A - ω グラフを描いて考えてみよ。)



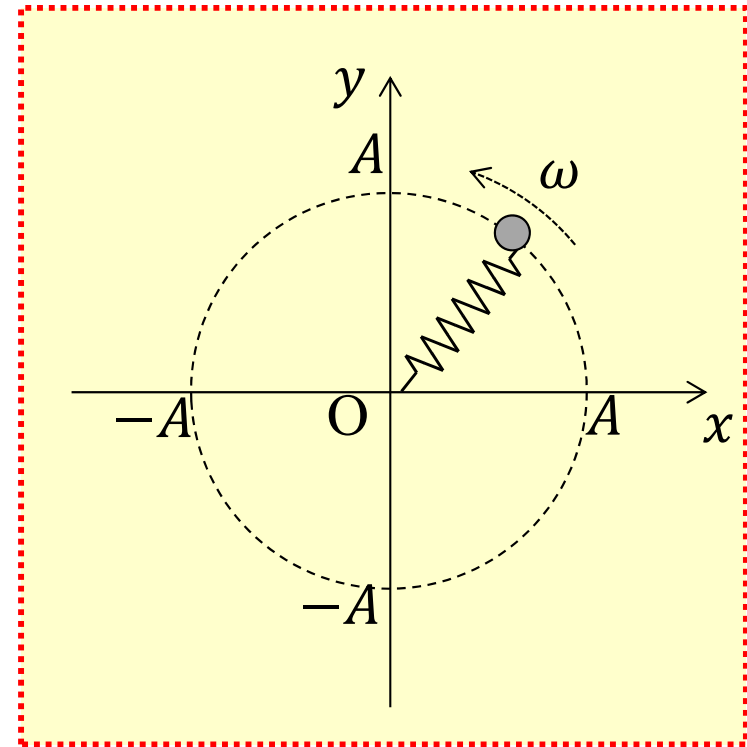
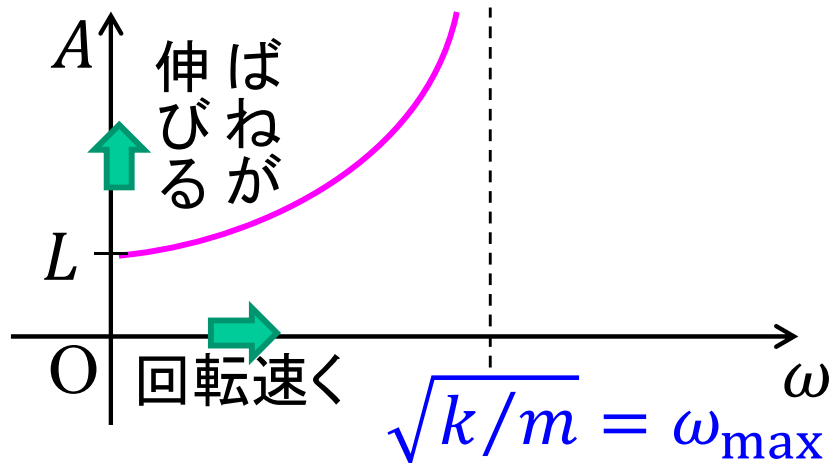
(2)演習3: 弾性力による等速円運動

(a) 向心力 $\longleftrightarrow$ ばねの弾性力
運動方程式は

$$k(A - L) = m\omega^2 A$$

$$\therefore A = \frac{kL}{k - m\omega^2}$$

(b) $k - m\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{k/m}$
のとき分母が0。→発散



第11回授業 レポート課題

(A) テキスト問題演習9の問題9-6(p.41)を答えよ。

(B) 右図のように、車両P(質量 4.0×10^4 [kg] = 40トン)が、水平面に敷かれた半径600 [m]の円形レール上を、角速度 3.0×10^{-2} [rad/s]で等速円運動している。ただし、時刻 $t = 0$ [s]での x 軸からの回転角は π [rad]である。

(a) 時刻 t [s]における車両Pの(x 軸からの)回転角 $\theta(t)$ を求めよ。

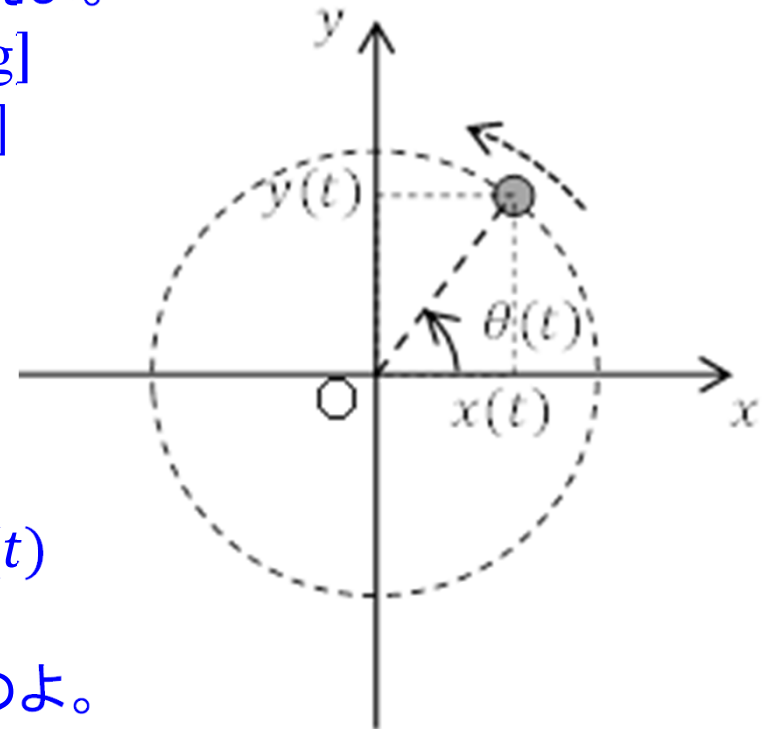
(b) 時刻 t [s]における車両Pの位置ベクトル $\vec{r}(t)$ を求めよ。

(c) 時刻 t [s]における車両Pの速度 $\vec{v}(t)$ を求めよ。

(d) 時刻 t [s]における車両Pの加速度 $\vec{a}(t)$ を求めよ。

(e) 時刻 t [s]で車両Pに作用する合力 $\vec{F}(t)$ を求めよ。合力 $\vec{F}(t)$ の向きを答えよ。

(f) この等速円運動の周期 T を求めよ。



第11回授業 レポート課題

(g) 円形レールは、車両Pが円軌道から外れないように、水平向きの力で車両Pを支えなければならない。円形レールが車両Pを支える力が向心力になっている。ところで、このレールは水平向きに加わる力が 10^5 [N]を超えると支えきれなくなり、車両は脱線してしまうとする。

g-1) 車両Pが円形レール上を脱線しないで等速円運動し続けられる最大の速さ V を求めよ。

g-2) レールの半径を変えて、車両Pが時速252キロ(252[km/h])で等速円運動できるようにしたい。脱線しないで等速円運動できる最小の半径 R を求めよ。ただし、レールが水平向きに支えられる最大の力は 10^5 [N]で変わらないとする。

注意1: 計算式だけでなく、説明文(必要なら適切な図も)を加えて答案を作成すること。答案作成力も見る。

注意2: 最初はこの問題がよく解けなかったとしても構わない。しかし、次の確認テストまでに何度も復習し、適切な答案を作れるようにすることを強く勧める。

提出×切: 答案用紙を、今週の**金曜日(13:00)までに提出**

提出場所: **D0308(原科)研究室前のレポート提出用の木箱**

注意事項: 自分の答案をノートに記入するか、コピーをとって、次の授業に持ってくる。

- ・レポート解答用紙
- ・次週の授業プリント

（これに今週のレポート課題も記してある。）

を必ず持って帰ること