

授業予定(変更されたシラバス)

- ①力の合成・分解の実験的理解
- ②ベクトルの基礎事項と力
- ③基本的な力:有効重力, バネの力, 摩擦力 (小)
- ④力の合成・分解, 力のつり合い (小)
- ⑤ベクトルと力の総合演習 (小)
- ⑥微分の基礎事項と速度・加速度の定義
- ⑦積分の基礎事項と位置・速度・加速度の関係 (小)
- ⑧微分積分と位置・速度・加速度の総合演習 (+確認試験1)
- ⑨平面運動の位置・速度・加速度とベクトル・微分積分
- ⑩力学の3つの基本法則1 : 導入 (小)
- ⑪力学の3つの基本法則2 : 問題演習 (小)
- ⑫放物運動1 : 運動方程式を解く (小)
- ⑬放物運動2: 問題演習1 (小)
- ⑭力学の3つの基本法則・放物運動の総合演習 (+確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

力学1 ≪ 学習到達目標 ≫

- 1) 力の合成・分解をベクトルを使って説明できる。
- 2) 基本的な力の法則(重力, ばねの力, 摩擦力)の法則を説明できる。
- 3) 速度, 加速度の定義を説明できる。
- 4) 力学の3つの基本法則を説明できる。
- 5) 放物運動の運動方程式を解き, その運動を説明できる。

第7回目 積分の基礎事項と位置・速度・加速度の関係

今日の授業の目的

力学の目的(前回プリント「授業の目的」参照)を達成するための最重要項目は、第5, 6章で扱う運動方程式である。その運動方程式には**力と加速度**が登場する。**加速度**を正しく理解・計算するためには**微分積分が必要**である。

前回は、加速度が微分を使って定義されることを理解した(同時に微分の基礎事項も身に付けた)が、まだ積分は扱っていない。そこで**今回の授業の目的は、積分の基礎事項を身に付けること**である。

(テキスト p.16~17)

(1) 前回の要点 微分 微分

物体の位置 $x(t)$ → 速度 $v(t)$ → 加速度 $a(t)$ の関係:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ [m/s]} , \quad a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \text{ [m/s}^2\text{]} \quad (7.1)$$

今回の論点 加速度 $a(t)$ → 速度 $v(t)$ → 位置 $x(t)$
はどう計算する？

関数 $g(x)$ の具体形が 分かっている とする。

[例えば, $g(x) = -7x^3 + 2$ とか $g(x) = 3 \sin(\pi x + 2)$ など]

このとき, 微分の関係式

$$g(x) = \frac{df(x)}{dx} \quad (7.2)$$

を満たす関数 $f(x)$ を 求める 方法を積分という。

積分 とは 微分の逆 の計算である。

(2) 積分の考え方と記号の意味

式 (†) $g(x) = \frac{df(x)}{dx}$ を満たす $f(x)$ を求める積分の記号:

$$f(x) = \int df(x) = \int g(x) dx \left[= \int dx g(x) \right] \quad (7.3)$$

記号 $\int$ の読み方は「積分」や「インテグラル Integral」

(テキスト p.84)

(3) 積分のポイント: 公式は対応表

べき関数の対応表

$$\left[\begin{array}{l} at^b + C \\ \frac{a}{p+1} t^{p+1} + C \end{array} \right] \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{微分}} \\ \xleftarrow{\text{積分}} \end{array} \left(\begin{array}{l} abt^{b-1} \\ at^p \end{array} \right) \text{ただし, } p \neq -1 \quad (7.4)$$

(4) 不定積分

べき関数 $g(t) = at^p$ の変数 t による不定積分

$$\int g(t) dt = \int at^p dt = \frac{a}{p+1} t^{p+1} + C \quad (7.5)$$

(C は積分定数または任意定数)

積分定数 C は, 数学では省略することがあるが, 理工学では省略しないで書く! C の値は別に与えられる条件で決まる。

(5) 位置・速度・加速度の関係

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ [m/s]} \longleftrightarrow x(t) = \int v(t)dt \text{ [m]} \quad (7.6)$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \text{ [m/s}^2\text{]} \longleftrightarrow v(t) = \int a(t)dt \text{ [m/s]}$$

(テキスト p.84)

(6) 演習1: 問題演習20 の問題20-2, 20-4 に取り組む。

問題20-2 加速度が $a(t) = t^4 \text{ [m/s}^2\text{]}$ で与えられている。

(1) n は? (2) $\frac{1}{n+1}$ は? (3) t^{n+1} は? (4) $v(t)$ は?

問題20-4 次の不定積分は?

(1) $\int 3 \, dx$

(2) $\int x^3 \, dx$

(3) $\int x^4 \, dx$

(4) $\int (2x^2 + 3x - 5) \, dx$

1 通 分

答を求められたら、答を微分すると、積分する前の関数になることを、必ず確認する。

(6) 演習1

問題20-2 加速度が $a(t) = t^4$ [m/s²]で与えられている。

(1) べき関数の n は? $n = 4$

(2) $\frac{1}{n+1}$ は? $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$

(3) t^{n+1} は? $t^{4+1} = t^5$

(4) $v(t)$ は?

$$\begin{aligned} v(t) &= \int a(t)dt = \int t^4 dt = \frac{1}{4+1} t^{4+1} + C \quad [\text{m/s}] \\ &= \frac{1}{5} t^5 + C \quad [\text{m/s}] \end{aligned}$$

(テキスト p.85)

(6) 演習1 問題20-4 次の不定積分は？

$$(1) \int 3 \, dx = \int 3x^0 \, dx = 3 \times \frac{1}{0+1} x^{0+1} + C = 3x + C$$

$$(2) \int x^3 \, dx = \frac{1}{3+1} x^{3+1} + C = \frac{1}{4} x^4 + C$$

$$(3) \int x^4 \, dx = \frac{1}{4+1} x^{4+1} + C = \frac{1}{5} x^5 + C$$

$$\begin{aligned} (4) \int (2x^2 + 3x - 5) \, dx &= \int (2x^2 + 3x^1 - 5x^0) \, dx \\ &= 2 \times \frac{1}{2+1} x^{2+1} + 3 \times \frac{1}{1+1} x^{1+1} - 5 \times \frac{1}{0+1} x^{0+1} + C \\ &= \frac{2}{3} x^3 + \frac{3}{2} x^2 - 5x + C \end{aligned}$$

(テキスト p.79)

(6) 演習1 問題19-4 次の不定積分は？

$$(1) \int 3 \, dt = \int 3t^0 \, dt = 3 \times t^{0+1} + C = 3t + C$$

$$(2) \int t^3 \, dt = \frac{1}{3+1} t^{3+1} + C = \frac{1}{4} t^4 + C$$

$$(3) \int t^4 \, dt = \frac{1}{5} t^{4+1} + C = \frac{1}{5} t^5 + C$$

$$\begin{aligned} (4) \int (2t^2 + 3t - 5) \, dt &= \int (2t^2 + 3t^1 - 5t^0) \, dt \\ &= 2 \times \frac{1}{3} t^3 + 3 \times \frac{1}{2} t^2 - 5 \times t^1 + C \\ &= \frac{2}{3} t^3 + \frac{3}{2} t^2 - 5t + C \end{aligned}$$

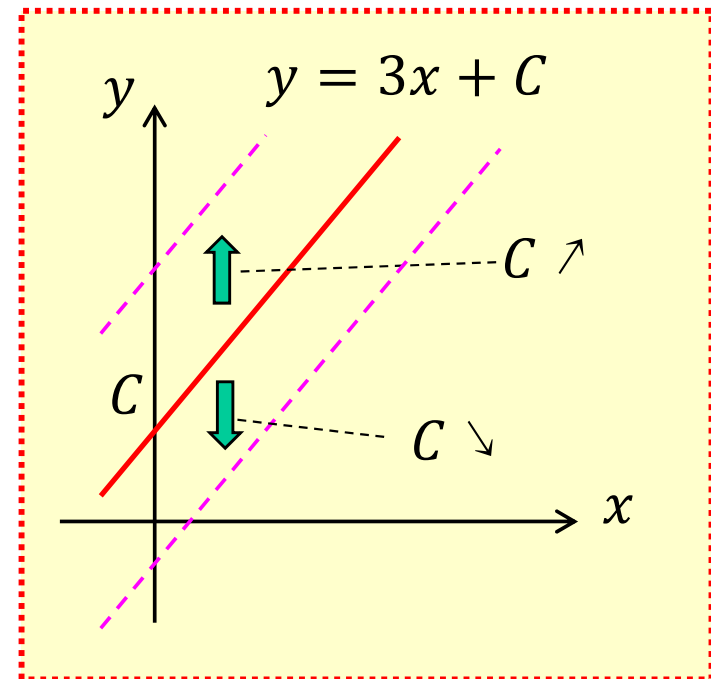
(6) 積分定数のグラフにおける意味：発展的内容

例1: 定数関数 $g(x) = 3$ の不定積分 $f(x) = \int g(x)dx$ のグラフ
べき関数の不定積分(♡)で $a = 3$, $p = 0$ の場合

$$f(x) = \int g(x)dx = \int 3dx = 3x + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$y = f(x)$ のグラフを描くと、
「傾き3, y 切片 C の直線」になる。

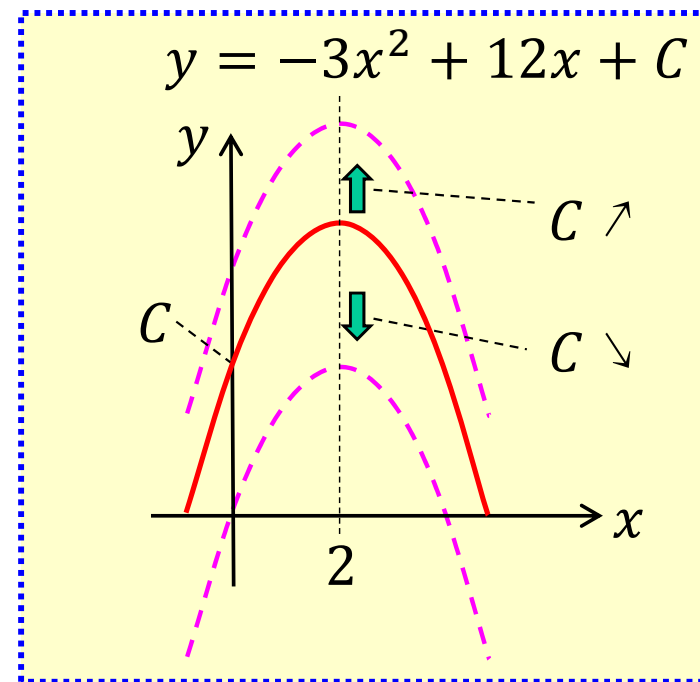
積分定数 C の値が大きいほど
グラフの直線は上方に位置し
(図で $C \nearrow$ と記した方向),
積分定数 C の値が小さいほど
グラフの直線は下方に位置する
(図で $C \searrow$ と記した方向)。



例2: 一次関数 $g(x) = -6x + 12$ の不定積分 $f(x)$ のグラフ
べき関数の不定積分(♡)で $a = -6$, $p = 1$ と $a = 12$, $p = 0$ の場合

$$f(x) = \int g(x)dx = \dots = -3(x-2)^2 + 12 + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

$y = f(x)$ のグラフを描くと,
「... y 切片が C , ...の,
下に開いた2次関数」になる。
積分定数 C の値が大きいほど
グラフの直線は上方に位置し
(図で $C \nearrow$ と記した方向),
積分定数 C の値が小さいほど
グラフの直線は下方に位置する
(図で $C \searrow$ と記した方向)。



積分定数 C の値は, $f(x) = \int g(x)dx$ のグラフの上下位置を決める。
 C の値は他の付加条件から決める必要がある。

(テキスト p.19)

(7) 追加 問題演習4 の問題4-3 (1)(2) に取り組む。

微分により加速度 $a(t)$ を, 不定積分により位置 $x(t)$ を求める。

(1) $v(t) = 5t$ [m/s]

(2) $v(t) = t^2$ [m/s]

積分

(7) 追加 問題演習4 の問題4-3 (1)(2)

(テキスト p.19)

$$(3) a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d[5t]}{dt} = 5 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$x(t) = \int v(t)dt = \int 5t dt = 5 \times \frac{1}{2}t^2 + C = \frac{5}{2}t^2 + C \text{ [m]}$$

$$(4) a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d[t^2]}{dt} = 2t^1 = 2t \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \int v(t)dt = \int t^2 dt \\ &= \frac{1}{3}t^3 + C \text{ [m]} \end{aligned}$$

(テキスト p.19)

(7) 追加 問題演習4 の問題4-3 (3)(4) に取り組む。

微分により加速度 $a(t)$ を, 不定積分により位置 $x(t)$ を求める。

(3) $v(t) = 3 \text{ [m/s]}$

(4) $v(t) = t^2 + 5t + 3 \text{ [m/s]}$

積分

[2] 演習2: 問題4-3 (3)(4)

$$(3) a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d[3]}{dt} = 0 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$x(t) = \int v(t)dt = \int 3 dt = 3 \times \frac{1}{1} t^1 + C = 3t + C \text{ [m]}$$

$$(4) a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d[t^2 + 5t + 3]}{dt}$$
$$= 2t^1 + 5 = 2t + 5 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$x(t) = \int v(t)dt = \int (t^2 + 5t + 3)dt$$
$$= \frac{1}{3} t^3 + 5 \times \frac{1}{2} t^2 + 3 \times \frac{1}{1} t^1 + C$$
$$= \frac{1}{3} t^3 + \frac{5}{2} t^2 + 3t + C \text{ [m]}$$

◇ 次回の確認テスト1へ向けて

次回の「微分積分と位置・速度・加速度の総合演習」の後、授業後半で実施
範囲：ベクトルと力（合成，分解，成分，つり合い），微分と速度・加速度（積分は含まれない）。小テストに出題した問題範囲とも一部重複する。

これまでに授業中に扱った問題，レポートで扱った問題，小テストで出題された問題について，適切な答案（図・説明・計算をレイアウトよくまとめた答案）が書けるように解答練習をすること。答案は，分かっていることは省略するのではなく，分かっていることが適切に伝わるように書かなければ評価されない。（解答練習をレポートとする。提出方法に注意すること。）

注意1：筆記用具（作図用の定規も含む），電卓のみ使用可。ノートなどは参照不可。

注意2：説明や計算が必要な問題では，答えを導く過程を採点する。答えが正しいだけでは不十分。答案には，必要なこと（図・説明・計算）をレイアウトよく，見やすく，読みやすくまとめることが必要。

第7回授業 レポート課題

今回は、確認テスト1[ベクトルと力(合成, 分解, 成分, つり合い), 微分と速度・加速度]へ向けて解答練習したものをレポートとします。ただしこのレポートは、確認テスト1が終了した、授業終了時に集めます。レポート用紙などを用いて、1枚目の上部に学籍番号と氏名を書く。複数枚の場合は必ずホッチキスで止めること。

* 提出方法や提出場所・期限が通常と異なるので注意せよ。

提出: 次回(第8回)授業終了時に回収

- ・次回の授業プリント

（これに今週のレポート課題も記してある。）

を必ず持って帰ること