

授業予定(変更されたシラバス)

- ①力の合成・分解の実験的理解
- ②ベクトルの基礎事項と力
- ③基本的な力:有効重力, バネの力, 摩擦力 (小)
- ④力の合成・分解, 力のつり合い (小)
- ⑤ベクトルと力の総合演習 (小)
- ⑥微分の基礎事項と速度・加速度の定義
- ⑦積分の基礎事項と位置・速度・加速度の関係 (小)
- ⑧微分積分と位置・速度・加速度の総合演習 (+確認試験1)
- ⑨平面運動の位置・速度・加速度とベクトル・微分積分
- ⑩力学の3つの基本法則1 : 導入 (小)
- ⑪力学の3つの基本法則2 : 問題演習 (小)
- ⑫放物運動1 : 運動方程式を解く (小)
- ⑬放物運動2: 問題演習1 (小)
- ⑭力学の3つの基本法則・放物運動の総合演習 (+確認試験2)
- ⑮まとめ
- ⑯期末試験

第14回目 力学の3つの基本法則・放物運動の総合演習

今日の授業の目的

前回までの授業で、**3つの基本法則**と**力の法則**を用いて、物体の運動を求める(決定できる)ことを学んだ。このとき最も重要な役割をもつのが、**運動方程式**である。ここで必要となる数学が**積分**である(インテグラル記号)などの正しい使い方も覚える)。その具体例として、重力が作用している物体の運動(**放物運動**)の運動方程式を解いた。そこで、今回の授業の目的は、これまでの授業内容を定着させるための問題演習である。

(テキスト p.35)

[4] 問題演習8 の問題8-6 に取り組む。

初期条件は, $\vec{v}(0) = (14.7, 36.75)[\text{m/s}]$

と $\vec{r}(0) = (0, 19.6)[\text{m}]$

まず運動方程式を立て積分して解く $\rightarrow$ (1)~(3)

(1) 物体が地面に達するまでの時間 $t_1 [\text{s}]$ は?

(2) 何[m]先に落下する? $x(t_1) [\text{m}]$

(3) 地面に達する直前の速さは? $v(t_1) [\text{m/s}]$

(4) 最高位置に到達した瞬間の
速度 $\vec{v}_{\text{top}}$ を求めよ。

8分

[4] 問題8-6

物体の質量を m とする。

$$\text{物体に働く力 } \vec{F} = (0.0, -mg) = (0.0, -9.8m)[\text{N}]$$

$$\text{運動方程式 } m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow m\vec{a} = (0.0, -9.8m)[\text{N}]$$

$$\therefore \vec{a} = \left(\frac{0.0}{m}, \frac{-9.8m}{m} \right) \left[\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right] = (0.0, -9.8)[\text{m/s}^2]$$

[4] 問題8-6

(テキスト p.35)

$\vec{a}(t) = (0.0, -9.8)[\text{m/s}^2]$ を積分する。

$$\begin{aligned}\text{速度 } v_x(t) &= \int a_x(t) dt = \int 0.0 dt = A_x \\ v_y(t) &= \int a_y(t) dt = \int (-9.8) dt = -9.8t + A_y \quad \dots (\text{ウ}) \\ \therefore \vec{v}(t) &= (A_x, -9.8t + A_y)[\text{m/s}]\end{aligned}$$

(ウ)より $v_x(0) = A_x$ 初期条件: $v_x(0) = 14.7 [\text{m/s}]$

一致するように決めると $\therefore A_x = 14.7 [\text{m/s}]$

(ウ)より $v_y(0) = A_y$ 初期条件: $v_y(0) = 36.75 [\text{m/s}]$

一致するように決めると $\therefore A_y = 36.75 [\text{m/s}]$

$$\therefore \vec{v}(t) = (14.7, -9.8t + 36.75)[\text{m/s}]$$

[4] 問題8-7

(テキスト p.35)

$\vec{v}(t) = (14.7, -9.8t + 36.75) \text{ [m/s]}$ を積分する。

$$\begin{aligned} \text{位置 } x(t) &= \int v_x(t) dt = \int 14.7 dt = 14.7t + B_x \\ y(t) &= \int v_y(t) dt = \int (-9.8t + 36.75) dt \\ &= -4.9t^2 + 36.75t + B_y \end{aligned} \quad \dots (\text{工})$$

$$\therefore \vec{r}(t) = (14.7t + B_x, -4.9t^2 + 36.75t + B_y) \text{ [m]}$$

(工)より $x(0) = B_x$ 初期条件: $x(0) = 0.0 \text{ [m]}$

一致するように決めると $\therefore B_x = 0.0 \text{ [m]}$

(工)より $y(0) = B_y$ 初期条件: $y(0) = 19.6 \text{ [m]}$

一致するように決めると $\therefore B_y = 19.6 \text{ [m]}$

$$\therefore \vec{r}(t) = (14.7t, -4.9t^2 + 36.75t + 19.6) \text{ [m]}$$

[4] 問題8-7

(テキスト p.35)

(1) 物体が地面に達するまでの時間 t_1 [s] は？

$$y(t_1) = -4.9t_1^2 + 36.75t_1 + 19.6 = 0$$

$$(2t_1 + 1)(t_1 - 8) = 0 \quad \therefore t_1 = 8, -0.5 \text{ [s]} \quad t_1 > 0 \text{ より}$$
$$t_1 = 8 \text{ [s]}$$

(2) 何[m]先に落下する？ $x(t_1)$ [m]

$$x(t_1) = 14.7 \times 8 \text{ [m]} = 117.6 \text{ [m]}$$

(3) 地面に達する直前の速さは？ $v(t_1)$ [m/s]

$$\vec{v}(t_1) = (14.7, -9.8 \times 8 + 36.75) \text{ [m/s]}$$

$$= (14.7, -41.65) \text{ [m/s]}$$

$$v(t_1) = \sqrt{14.7^2 + (-41.65)^2} \text{ [m/s]} = 44.2 \text{ [m/s]}$$

(テキスト p.27)

[3] 問題演習6 の問題6-8 に取り組む。

2.0[kg] の物体A, 3.0[kg] の物体Bを糸でつなぐ。

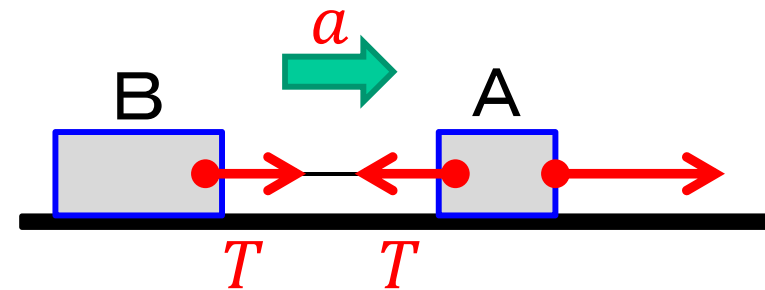
Aを右向きに50[N] の力で引く。水平右向きに x 軸をとる。

Aの加速度を $\vec{a}_A$, Bの加速度を $\vec{a}_B$ とする。

(1) 加速度の大きさ a は？

(2) 糸の張力の大きさ T は？

4分



厳密には
「作用反作用の法則」
ではないが、似た問題

[3] 問題6-8

$$(1) \text{ Aの運動方程式: } 2.0[\text{kg}] \times a_{Ax} = 50[\text{N}] - T \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{Bの運動方程式: } 3.0[\text{kg}] \times a_{Bx} = T \quad \dots \textcircled{2}$$

AとBの加速度は等しい。その大きさを a とする。

$$\text{Aの運動方程式: } 2.0[\text{kg}] \times a = 50[\text{N}] - T \quad \dots \textcircled{1}'$$

$$\text{Bの運動方程式: } 3.0[\text{kg}] \times a = T \quad \dots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}' + \textcircled{2}' \quad (2.0[\text{kg}] + 3.0[\text{kg}]) \times a = 50[\text{N}]$$
$$\therefore a = 10[\text{m/s}^2]$$

$$(2) \textcircled{2}' \text{ に代入して, } T = 3.0[\text{kg}] \times 10[\text{m/s}^2] = 30 [\text{N}]$$

(テキスト p.27)

[2] 問題演習6 の問題6-7 に取り組む。

5.0[kg]の物体を $T = 20[\text{N}]$ の力で引っ張った。

加速度 $a_x = 3.0[\text{m/s}^2]$ で加速。

初め静止していた。 $\Rightarrow$ 初速度 $v_x(0)$ は？

(1) 摩擦力の大きさ f' は？ 運動方程式を立てる。

(2) 3.0[s]間の移動距離 Δx [m]は？ 加速度から積分する。

1分

[2] 問題6-7

$$(1) \text{運動方程式: } 5.0[\text{kg}] \times 3.0[\text{m/s}^2] = 20[\text{N}] - f'$$

$$\therefore f' = 20[\text{N}] - 5.0 \times 3.0[\text{N}] = 5.0[\text{N}]$$

$$(2) a_x = 3.0[\text{m/s}^2]$$

$$v_x(t) = \int a_x(t) dt = \int 3.0 dt = 3t + C_1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{初期条件 } v_x(0) = 0 [\text{m/s}] \textcircled{1} \text{より } v_x(0) = C_1 \therefore C_1 = 0 [\text{m/s}]$$

$$\therefore v_x(t) = 3t[\text{m/s}]$$

$$x(t) = \int v_x(t) dt = \int 3t dt = \frac{3}{2}t^2 + C_2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{初期条件 } x(0) = 0 [\text{m}] \textcircled{2} \text{より } x(0) = C_2 \therefore C_2 = 0 [\text{m}]$$

$$\therefore x(t) = (3/2)t^2[\text{m}]$$

$$\Delta x = x(3.0) = (3/2) \times 3.0^2[\text{m}] = 13.5 [\text{m}]$$

(テキスト p.26)

[1] 問題演習6 の問題6-1 に取り組む。

運動方程式より加速度 $a_x = 0 \text{ [m/s}^2\text{]}$ 。

初速度 $v_x(0) = 2.0 \text{ [m/s]}$ 。

(すなわち $\vec{F}(t) = \vec{0}$
慣性の法則の確認)

(1) $v_x(t)$ は？

(2) 5.0[s]間の移動距離 $\Delta x \text{ [m]}$ は？

4 分

[1] 問題6-1

$$(1) \underline{a_x(t) = 0 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{等速度運動} \quad \therefore v_x(t) = 2.0 \text{ [m/s]}}$$

別解として

$$v_x(t) = \int a_x(t) dt = \int 0 dt = C_1 \text{ [m]} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{初期条件 } v_x(0) = 2.0 \text{ [m/s]} \textcircled{1} \text{より } v_x(0) = C_1 \therefore C_1 = 2.0 \text{ [m/s]}$$

$$\therefore v_x(t) = 2.0 \text{ [m/s]}$$

$$(2) \underline{\text{等速度運動なので } \Delta x = v_x \cdot \Delta t = 2 \times 5.0 \text{ [m]} = 10 \text{ [m]}}$$

別解として

$$x(t) = \int v_x(t) dt = \int 2.0 dt = 2t + C_2 \text{ [m]} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{初期条件 } x(0) = 0 \text{ [m]} \textcircled{2} \text{より } x(0) = C_2 \therefore C_2 = 0 \text{ [m]}$$

$$\therefore x(t) = 2t \text{ [m]}$$

$$\Delta x = x(5.0) = 2 \times 5.0 \text{ [m]} = 10 \text{ [m]}$$

第14回授業 レポート課題

問題演習8の問題8-8(テキストp.36)をベースに, 条件を変えて問題を解き, 追加の問いに答えよ。

変更点: 仰角 $60^\circ \rightarrow$ 記号 θ , 初速 $19.6 \text{ [m/s]} \rightarrow 30.0 \text{ [m/s]}$

追加の問い: (4)の答えをもとに, OP(飛距離)が最大となる仰角 θ を求めよ。またこの角度での最大到達距離を求めよ。

注意: 計算式だけでなく, 説明文や適切な図を加えて, 答案を作成することを心がけよ。答案作成力も見る。

提出×切: 答案用紙を, 次週の**水曜日13:00**までに提出

提出場所: **D0308**(原科)研究室前のレポート提出用の**木箱**

注意事項: 自分の答案をノートに記入するか, コピーをとって, 次の授業に持ってくる。

テスト終了後に
前回課題（確認テストの勉強）も提出する。

- ・次週の授業プリント
（これに今週のレポート課題も記してある。）
 - ・レポート解答用紙
- を必ず持って帰ること

確認テスト実施中

およそ40分間で

開始の合図で始める。(開始20分後途中退室可。)
終了の合図で解答をやめること。

関数電卓，定規使用可

問題は複数種類ある。隣は気にしないで，
自分の問題に集中して解答する。

問題の文意が不明，印刷が不鮮明など
あれば，手を挙げて質問する。

退出する前に前回課題(確認テストの勉強)も提出する。

40分