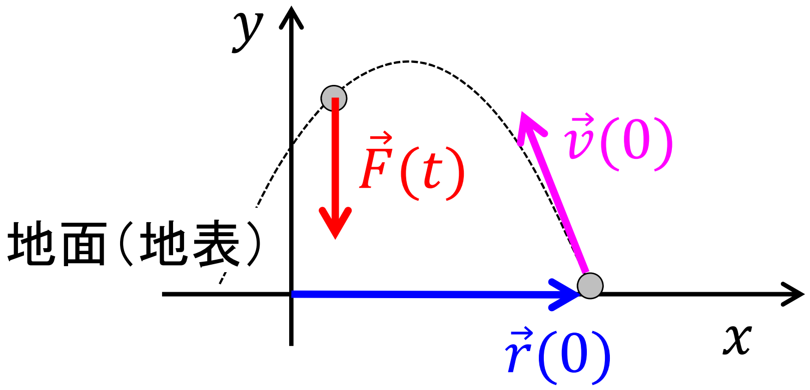
（初めに）まず右の余白に，問題設定から分かること（初期条件の位置$\vec{r}(0)$と速度$\vec{v}(0)$を表す矢印，軌道曲線の形の予測）を図に描く。その後，右の図を参考にしながら問題に取り組む。



（a）理由と答え：

初速度のy成分 $v_y(0)$ が正なので，一旦上昇してから下降する

（b）説明・計算（上の図に，$\vec{F}$の矢印も描き込むこと）：

物体に働く力は，鉛直下向きの重力のみ。x成分はなく，y成分のみで，　$F_y(t) = -mg = -20[\mathrm{kg}] \times 9.8[\mathrm{m/s^2}] = -196[\mathrm{N}]$

答：$\vec{F}(t) = (0, -196)\ [\mathrm{N}]$

（c）説明・計算：

運動方程式は，$m\vec{a}(t) = (0, -196)[\mathrm{N}]$

$$\vec{a}(t) = \frac{(0, -196)[\mathrm{N}]}{m} = \frac{(0, -196)[\mathrm{N}]}{20[\mathrm{kg}]} = (0, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$$

答：$\vec{a}(t) = (0, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$

（d）説明・計算：加速度$\vec{a}(t)$を積分すると速度$\vec{v}(t)$が求まる。

(c) 説明・計算：

運動方程式は，$m\vec{a}(t)=(0,-196)[\mathrm{N}]$

$$\vec{a}(t)=\frac{(0,-196)[\mathrm{N}]}{m}=\frac{(0,-196)[\mathrm{N}]}{20[\mathrm{kg}]}=(0,-9.8)[\mathrm{m/s^2}]$$

答：$\vec{a}(t)=$ $(0,-9.8)[\mathrm{m/s^2}]$

(d) 説明・計算：加速度$\vec{a}(t)$を積分すると速度$\vec{v}(t)$が求まる。

$$v_x(t)=\int a_x(t)dt=\int 0\,dt=C_x,\quad v_y(t)=\int a_y(t)dt=\int(-9.8)\,dt=-9.8t+C_y$$

初期条件 $v_x(0)=-7[\mathrm{m/s}]$ 上の解より，$v_x(0)=C_x$ $\therefore C_x=-7\ [\mathrm{m/s}]$

初期条件 $v_y(0)=29.4[\mathrm{m/s}]$ 上の解より，$v_y(0)=C_y$ $\therefore C_y=29.4\ [\mathrm{m/s}]$

$$v_x(t)=-7\ [\mathrm{m/s}],\qquad v_y(t)=-9.8t+29.4\ [\mathrm{m/s}]$$

答：$\vec{v}(t)=$ $(-7,-9.8t+29.4)\ [\mathrm{m/s}]$

(e) 説明・計算：速度$\vec{v}(t)$を積分すると位置$\vec{r}(t)$が求まる。

$$x(t)=\int v_x(t)dt=\int(-7)\,dt=-7t+D_x,\quad y(t)=\int v_y(t)dt=\int(-9.8+29.4)\,dt$$

$$=-4.9t^2+29.4t+D_y$$

初期条件$x(0)=21[\mathrm{m}]$ 上の解より，$x(0)=D_x$ $\therefore D_x=21[\mathrm{m}]$

初期条件$y(0)=0[\mathrm{m}]$ 上の解より，$\mathrm{y}(0)=D_y$ $\therefore D_y=0[\mathrm{m}]$

$$x(t)=-7t+21[\mathrm{m}],\qquad y(t)=-4.9t^2+29.4t[\mathrm{m}]$$

答：$\vec{r}(t)=$ $(-7t+21,-4.9t^2+29.4t)[\mathrm{m}]$

(f) f-1）　答：$v_y(t_1)$ ＝ 0[m/s]

f-2）説明・計算：

$$v_y(t_1) = 0$$
$$-9.8t_1 + 29.4 = 0$$

答：t_1 ＝ 3.0[s]

f-3）説明・計算：

$$\vec{r}(t_1) = \vec{r}(3.0)$$
$$= (-7 \times 3.0 + 21,\quad -4.9 \times 3.0^2 + 29.4 \times 3.0)\quad [\mathrm{m}]$$

答：$\vec{r}(t_1)$ ＝ (0,　44.1)　[m]

(g) g-1）説明・計算

$$y(t_2) = y(0) = 0$$
$$-4.9{t_2}^2 + 29.4t_2 = 0$$
$$-4.9t_2(t_2 - 6.0) = 0$$

t_2＝0 [s] は発射した時刻である。よって，t_2＝6.0 [s] が解である。

答：t_2 ＝ 6.0 [s]

g-2）説明・計算：

$$\vec{r}(t_2) = \vec{r}(6.0)$$

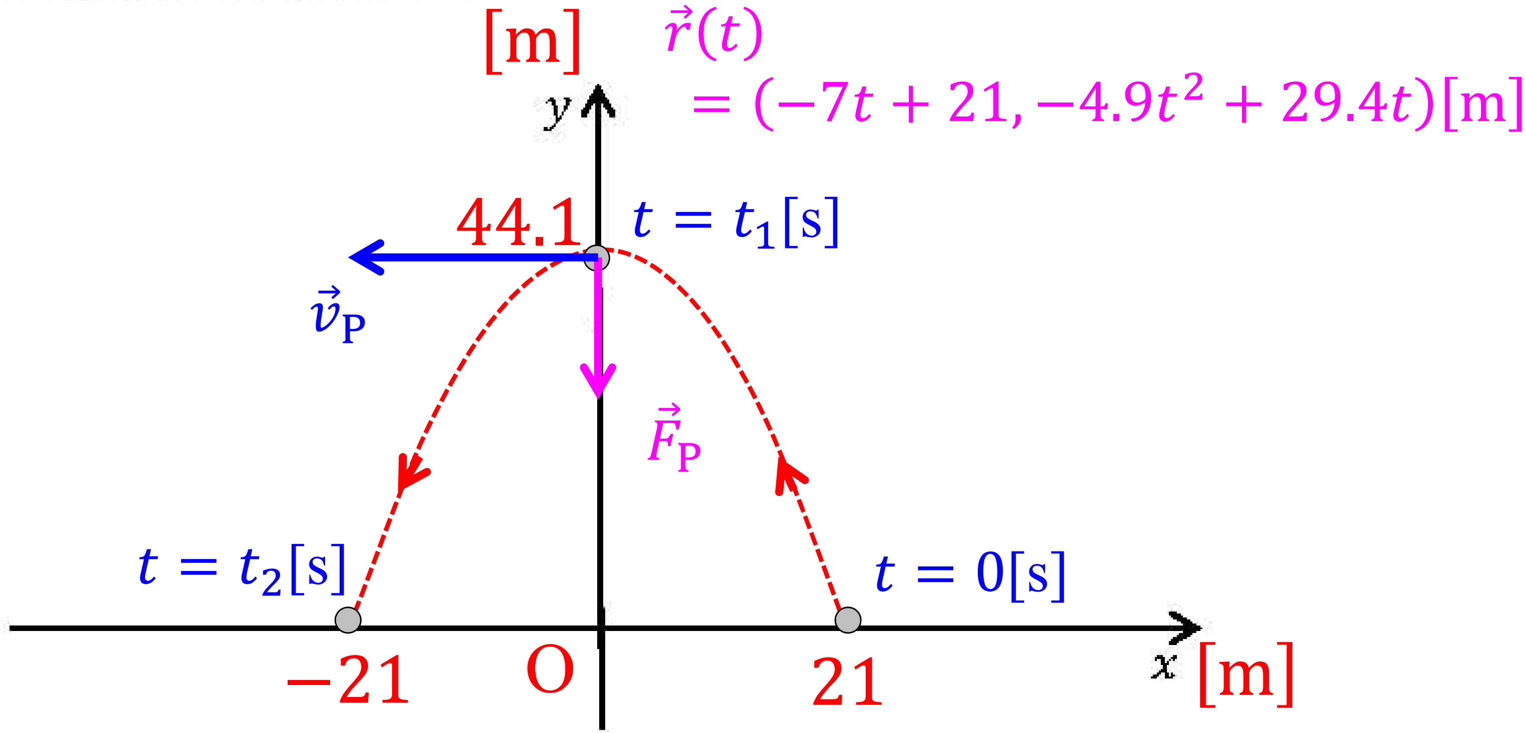
答：t_2 =

g-2）説明・計算：

$$\vec{r}(t_2) = \vec{r}(6.0)$$
$$= (-7 \times 6.0 + 21, \quad -4.9 \times 6.0^2 + 29.4 \times 6.0) \quad [\mathrm{m}]$$

答：$\vec{r}(t_2)$ = $(-21, \quad 0) \quad [\mathrm{m}]$

(h), (i) 下図に描け（目盛りは自分で付けよ）



☆ このレポートをやるのに ＿＿＿時間＿＿＿分，

それ以外にこの授業の予習復習を ＿＿＿時間＿＿＿分した。

授業予定（変更されたシラバス）

①力の合成・分解の実験的理解
②ベクトルの基礎事項と力
③基本的な力：有効重力，バネの力，
　摩擦力 （小）
④力の合成・分解，力のつり合い（小）
⑤ベクトルと力の総合演習 （小）
⑥微分の基礎事項と速度・
　加速度の定義
⑦積分の基礎事項と位置・速度・
　加速度の関係 （小）
⑧微分積分と位置・速度・加速度
　の総合演習 （＋確認試験１）

⑨平面運動の位置・速度・加速度
　とベクトル・微分積分
⑩力学の3つの基本法則１
　：導入 （小）
⑪力学の3つの基本法則２
　：問題演習 （小）
⑫放物運動１
　：運動方程式を解く（小）
⑬放物運動２：問題演習１ （小）
⑭（確認試験２＋）問題演習２
⑮まとめ
⑯期末試験

第13回目　放物運動2:問題演習

今日の授業の目的

前回，ニュートン力学で実際の運動を理解する具体例として放物運動を扱った。今回の授業の目的は，前回の授業内容（運動方程式を解く）を定着させるための問題演習である。

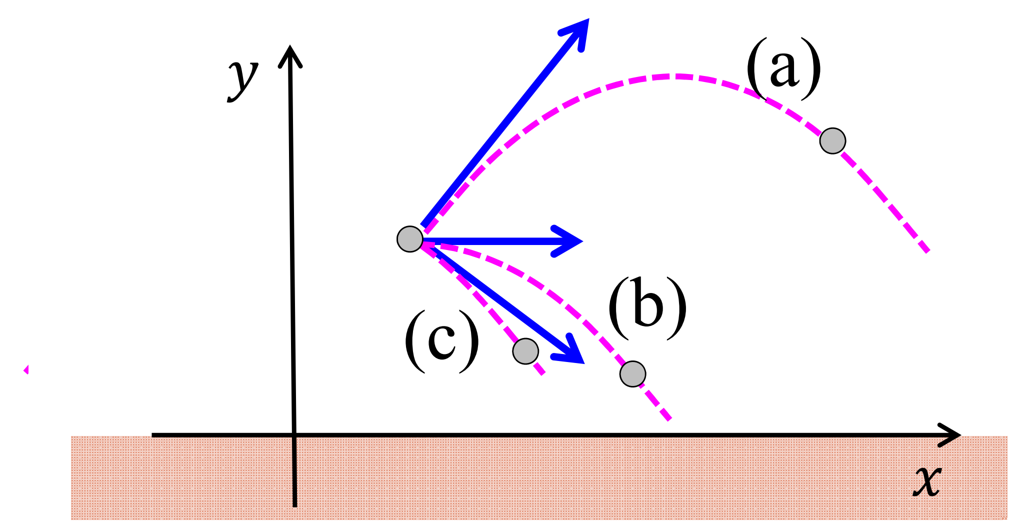
（第12回授業プリント p.3～4）

（3）放物運動の特徴：放物運動の特徴を理解していく。

軌道曲線（テキストp.33）：

準備演習1：初期条件の速度で，$v_{0x} > 0$とする。
このとき，次のそれぞれの場合で，物体が xy面上に描く軌道曲線の概形（大まかな形）の予想をノートに描け。

(a) $v_{0y} > 0$の場合，
(b) $v_{0y} = 0$の場合，
(c) $v_{0y} < 0$の場合



（（第12回授業プリント p.3～4）

予想した軌道曲線を表す式 $y = f(x)$ を求めていく。

座標（位置ベクトルの成分）x と y の関係式 $y = f(x)$ を求めれば，それが軌道曲線を表す方程式である。

$$\begin{cases} x = v_{0x}\,t + x_0 & \cdots ① \\ y = -\dfrac{g}{2}t^2 + v_{0y}\,t + y_0 & \cdots ② \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{v_{0x}}$$

①式から得られる t を②式に代入して，

$$y = -\frac{g}{2}\left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right)^2 + v_{0y}\left(\frac{x - x_0}{v_{0x}}\right) + y_0$$

軌道を表す方程式 $y = f(x)$ は，（$y = ax^2 + bx + c$の形で）

$$y = -\frac{g}{2{v_{0x}}^2}x^2 + \left[\frac{g x_0}{{v_{0x}}^2} + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right]x + \left[-\frac{g{x_0}^2}{2{v_{0x}}^2} - \frac{v_{0y}\,x_0}{v_{0x}} + y_0\right]$$

軌道は，上に凸の2次曲線（2次の係数が負の2次関数のグラフ）

（（第12回授業プリント p.3〜4）

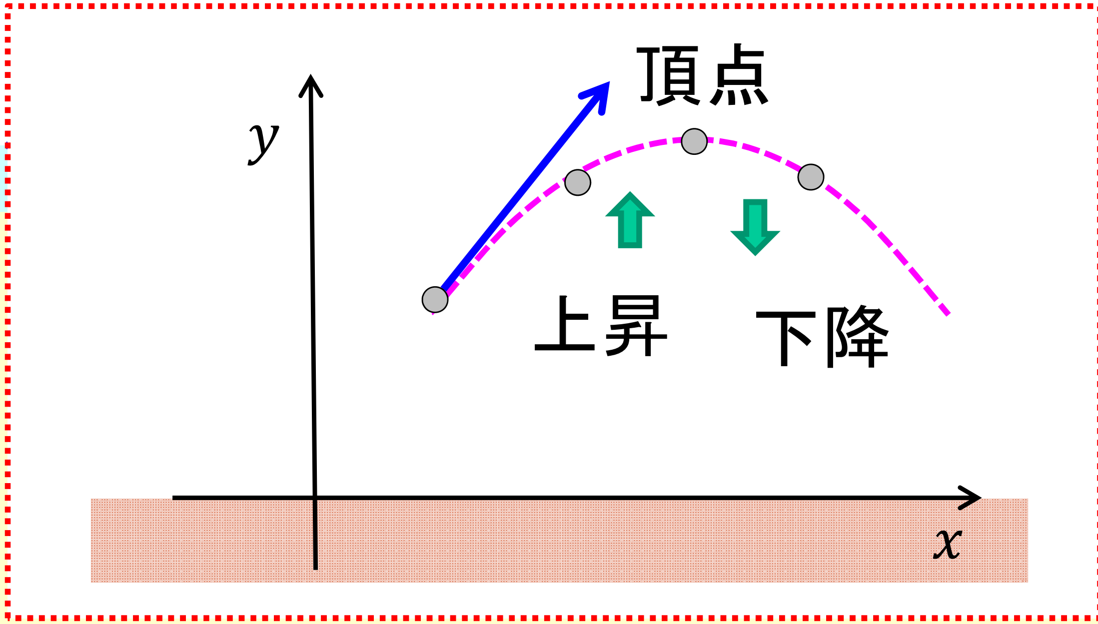
$v_{0y} > 0$ の場合の軌道の頂点を通過する時刻 t_1：

軌道曲線$y = f(x)$の頂点を考える。 軌道をイメージせよ。

上昇から下降に変化する瞬間 $y(t)$ で表される運動の
速度$v_y(t)$が，その一瞬だけゼロ

$$v_y(t_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad -gt_1 + v_{0y} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_{0y}}{g}$$

この時刻 t_1（ $t_{\rm top}$ ）を，位置（♡成分）の t に代入すれば，
頂点の位置座標も求まる。



（（第12回授業プリント p.3～4）

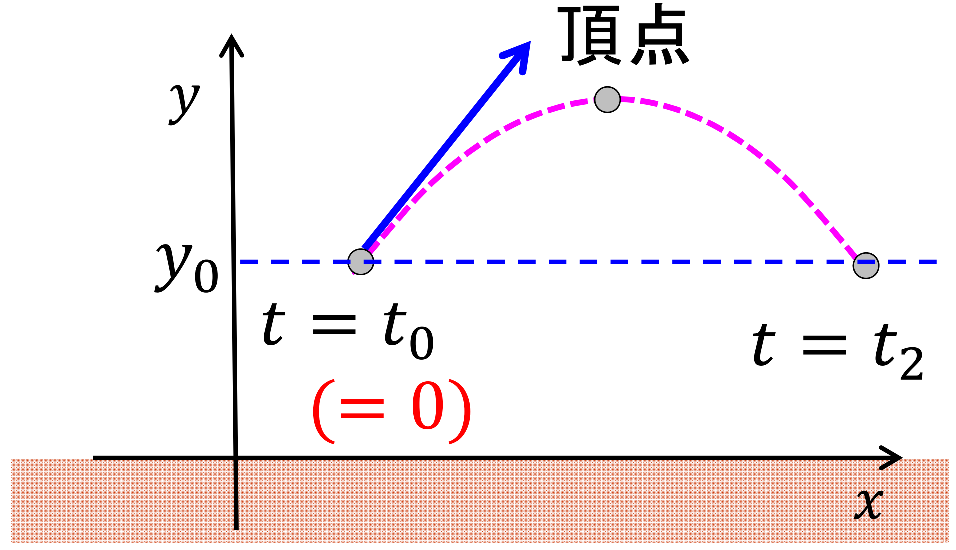
$v_{0y} > 0$ の場合に，$t = t_0 (= 0)$と同じ高さy_0に戻る時刻 t_2：

（♡成分）の$y(t)$ を使って，

$$y(t_2) = y_0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2} g {t_2}^2 + v_{0y} t_2 + y_0 = y_0$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{1}{2} g t_2 \left(t_2 - \frac{2 v_{0y}}{g} \right) = 0 \qquad \therefore \ t_2 = 0, \ \frac{2 v_{0y}}{g}$$

$t_0 (= 0)$でない方の解が，求めたい t_2



（テキスト p.31）

[1]問題演習7 の問題**7-8** に取り組む。（問題を変更する。）

質量2.0 [kg]の物体

$t = 0.0$ [s]で速度，$v_x = 5.0$ [m/s]，$v_y = 8.0$ [m/s]

$x = 3.0$ [m] ，$y = -4.0$ [m]

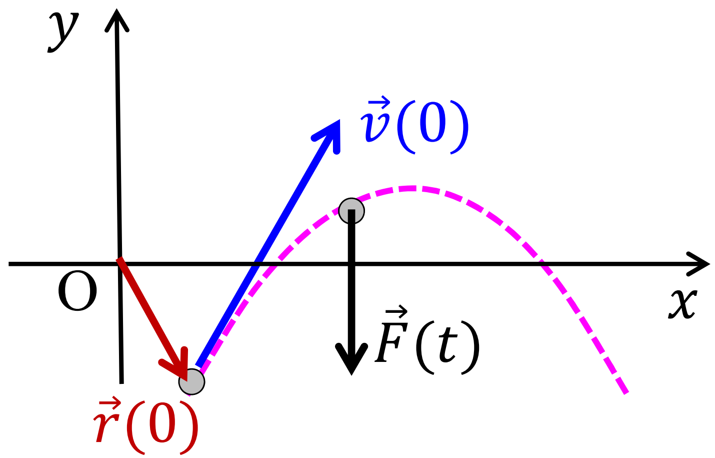
y軸と逆の方向に19.6 [N]の力を受ける

(1) 加速度のx成分とy成分。
(2) $t = 2.0$ [s]での速度
(3) $t = 2.0$ [s]での位置

10分

（テキスト p.31）

［1］演習1：問題7-8



(1) 物体に働く力

$$\vec{F}(t) = (0.0\,, -19.6)[\mathrm{N}]$$

運動方程式：$m\vec{a} = \vec{F}$

$$\Rightarrow\ 2.0[\mathrm{kg}] \times \vec{a} = (0.0\,, -19.6)[\mathrm{N}]$$

$$\therefore\ \vec{a}(t) = \left(\frac{0.0}{2.0}, \frac{-19.6}{2.0}\right)\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right] = (0.0\,, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$$

（テキスト p.31）

[1] 演習1: 問題7-8

(2) $\vec{a}(t) = (0.0\,, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$ を積分する。

速度 $v_x(t) = \int a_x(t)\mathrm{d}t = \int 0.0\,\mathrm{d}t = C_1$

$v_y(t) = \int a_y(t)\mathrm{d}t = \int (-9.8)\,\mathrm{d}t = -9.8t + C_2$ ・・・(ア)

(ア)より $v_x(0) = C_1$ 初期条件 $v_x(0) = 5.0\ [\mathrm{m/s}]$

一致するように決めると $\therefore C_1 = 5.0\ [\mathrm{m/s}]$

(ア)より $v_y(0) = C_2$ 初期条件 $v_y(0) = 8.0\ [\mathrm{m/s}]$

一致するように決めると $\therefore C_2 = 8.0[\mathrm{m/s}]$

$\therefore \vec{v}(t) = (\,5.0\,, -9.8t + 8.0)[\mathrm{m/s}]$

時刻$t = 2.0\ [\mathrm{s}]$での速度

$$\begin{aligned}\vec{v}(2.0) &= (\,5.0\,,\ -9.8 \times 2.0 + 8.0)[\mathrm{m/s}] \\ &= (\,5.0\,, -11.6)[\mathrm{m/s}]\end{aligned}$$

[1] 演習1: 問題7-8

（テキスト p.31）

(3) $\vec{v}(t) = (\ 5.0\ ,\ 2t\ )$ [m/s]　を積分する。

位置　$x(t) = \int v_x(t)\mathrm{d}t = \int 5.0\ \mathrm{d}t = 5t + D_1$

・・・（イ）

$y(t) = \int v_y(t)\mathrm{d}t = \int (-9.8t + 8.0)\ \mathrm{d}t$

$= -4.9t^2 + 8t + D_2$

（イ）より $x(0) = D_1$　初期条件 $x(0) = 3.0$ [m]

一致するように決めると　$\therefore D_1 = 3.0$ [m]

（イ）より $y(0) = D_2$　初期条件 $y(0) = -4.0$ [m]

一致するように決めると　$\therefore D_2 = -4.0$ [m]

$\therefore \vec{r}(t) = (5.0t + 3.0, -4.9t^2 + 8.0t - 4.0)$[m]

時刻$t = 2.0$ [s]での位置

$\vec{r}(2.0) = (\ 5 \times 2 + 3, -4.9 \times 2^2 + 8 \times 2 - 4)$[m]

$= (\ 13.0\ , -7.6\ )$[m]

（テキスト p.34）

［2］問題演習8 の問題**8-2**に取り組む。

ベクトルの復習問題

(1) x成分4.0 [m/s]で，y成分が3.0 [m/s]　物体の速さは？

(2) 物体の速さ10 [m/s]，運動の向きがx軸からの角度30°

物体の速度のx成分，y成分は？

10 分

［2］演習2: 問題8-2 (1)(4)

（テキスト p.34）

(3) $v_x = 4.0\ [\mathrm{m/s}],\ \ v_y = 3.0\ [\mathrm{m/s}] \quad \vec{v} = (4.0, 3.0)[\mathrm{m/s}]$

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(4.0\ [\mathrm{m/s}])^2 + (3.0\ [\mathrm{m/s}])^2}$$

$$= 5.0\ [\mathrm{m/s}]$$

(4) $v = 10[\mathrm{m/s}]$

$$v_x = v\cos 30^\circ = 10\ [\mathrm{m/s}] \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v_y = v\sin 30^\circ = 10\ [\mathrm{m/s}] \times \frac{1}{2} = 5\ [\mathrm{m/s}]$$

$$\vec{v} = (\ 5\sqrt{3},\ \ 5\ )[\mathrm{m/s}]$$

（テキスト p.36）

［３］問題演習8の問題**8-7**に取り組む。

地面から仰角30°，初速20[m/s]で小石を投げる

(1) 初速度のx成分，y成分は？

(2) 0.5 [s]後の位置と速度？

(3) 最高点に達するまでの時間

最高点の高さ

(4) 地面に落下する時間

水平到達距離

１０分

（テキスト p.36）

[３] 演習3: 問題8-7

(1)

$$v_x(0) = v\cos 30° = 20\ [\mathrm{m/s}] \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v_y(0) = v\sin 30° = 20\ [\mathrm{m/s}] \times \frac{1}{2} = 10\ [\mathrm{m/s}]$$

(2) 物体の質量をmとする。

物体に働く力 $\vec{F} = (0.0\,,\ -mg) = (0.0\,,\ -9.8m)[\mathrm{N}]$

運動方程式 $m\vec{a} = \vec{F}$ ⇨ $m\vec{a} = (0.0\,, -9.8m)[\mathrm{N}]$

$$\therefore\ \vec{a} = \left(\frac{0.0}{m}, \frac{-9.8m}{m}\right)\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}\right] = (0.0\,, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$$

[3] 演習3: 問題**8-7**

（テキスト p.36）

(2) $\vec{a}(t) = (0.0\,, -9.8)[\mathrm{m/s^2}]$　を積分する。

速度 $v_x(t) = \int a_x(t)\mathrm{d}t = \int 0.0\ \mathrm{d}t = A_x$

$v_y(t) = \int a_y(t)\mathrm{d}t = \int (-9.8)\mathrm{d}t = -9.8t + A_y$ ・・・（ウ）

初期条件　から積分定数を決める。

$v_x(0) = 10\sqrt{3}\ [\mathrm{m/s}]$ （ウ）より $v_x(0) = A_x \ \therefore A_x = 10\sqrt{3}[\mathrm{m/s}]$

$v_y(0) = 10\ [\mathrm{m/s}]$ （ウ）より $v_y(0) = A_y \ \therefore A_y = 10\ [\mathrm{m/s}]$

$\therefore \vec{v}(t) = (10\sqrt{3},\ -9.8t + 10\ )[\mathrm{m/s}]$

時刻$t = 0.50$ [s]での速度

$$\vec{v}(0.50) = \left(\ 10\sqrt{3},\ -9.8 \times 0.50 + 10\right)[\mathrm{m/s}]$$

$$= (\ 10\sqrt{3}\,, 5.1\ )[\mathrm{m/s}] = (\ 17\,, 5.1\ )[\mathrm{m/s}]$$

[３] 演習3：問題8-7

（テキスト p.36）

(2) $\vec{v}(t) = \left(10\sqrt{3},\ -9.8t + 10\right)$ [m/s]　を積分する。

位置 $x(t) = \int v_x(t)\mathrm{d}t = \int 10\sqrt{3}\mathrm{d}t = 10\sqrt{3}t + B_x$

$y(t) = \int v_y(t)\mathrm{d}t = \int(-9.8t + 10)\mathrm{d}t$ ･･･（エ）

$= -4.9t^2 + 10t + B_y$

初期条件　から積分定数を決める

$x(0) = 0.0$ [m] （エ）より $x(0) = B_x \ \therefore B_x = 0.0$ [m]

$y(0) = 0.0$ [m] （エ）より $y(0) = B_y \ \therefore B_y = 0.0$ [m]

$\therefore \vec{r}(t) = (10\sqrt{3}t, -4.9t^2 + 10t)$[m]

時刻 $t = 0.50$ [s]での位置

$\vec{r}(0.50) = \left(10\sqrt{3} \times 0.50,\ -4.9 \times 0.50^2 + 10 \times 0.50\right)$[m]

$= (\ 5\sqrt{3}, 3.8\ )$[m] $= (\ 8.7, 3.8\ )$[m]

[3] 演習3: 問題**8-7**

(テキスト p.36)

$$\begin{cases} \vec{v}(t) = \left(10\sqrt{3},\ -9.8t + 10\right) \text{[m/s]} \\ \vec{r}(t) = (10\sqrt{3}t, -4.9t^2 + 10t)\text{[m]} \end{cases}$$

(3) 最高点　条件: $v_y(t_1) = 0$ [m/s]

$-9.8t_1 + 10 = 0 \qquad t_1 = \cdots$[s]

最高点の高さ $y(t_1) = \cdots$[m]

(4) 地面に落下する　条件: $y(t_2) = 0$ [m]

$-4.9{t_2}^2 + 10t_2 = 0$

$-t_2(4.9t_2 - 10) = 0 \qquad t_2 = 0\text{[s]}, \dfrac{10}{4.9}$ [s]

$t_2 = 0$[s]ではないので, $t_2 = \dfrac{10}{4.9}$ [s]

水平到達距離 $x(t_2) = \cdots$[m]

◇ 次回の確認テスト2へ向けて

次回の「力学の3つの基本法則・放物運動の総合演習」の後，授業後半で実施

範囲：積分と位置・速度・加速度，平面運動の位置・速度・加速度ベクトル，力学の3つの基本法則，放物運動。

小テストに出題した問題範囲とも一部重複する。

これまでに授業中に扱った問題，レポートで扱った問題，小テストで出題された問題について，適切な答案（図・説明・計算をレイアウトよくまとめた答案）が書けるように解答練習をすること。答案は，分かっていることは省略するのではなく，分かっていることが適切に伝わるように書かなければ評価されない。**（解答練習をレポートとする。提出方法に注意すること。）**

注意1：筆記用具（作図用の定規も含む），電卓のみ使用可。ノートなどは参照不可。

注意2：説明や計算が必要な問題では，答えを導く過程を採点する。答えが正しいだけでは不十分。答案には，必要なこと（図・説明・計算）をレイアウトよく，見やすく，読みやすくまとめることが必要。

第13回授業　レポート課題

今回は，確認テスト2[ベクトルと力（合成，分解，成分，つり合い），微分と速度・加速度]へ向けて解答練習したものをレポートとします。ただしこのレポートは，確認テスト2が終了した，授業終了時に集めます。レポート用紙などを用いて，１枚目の上部に学籍番号と氏名を書く。複数枚の場合は必ずホッチキスで止めること。

＊提出方法や提出場所・期限が通常と異なるので注意せよ。

———————————————————————————————————

提出：次回（第14回）授業終了時に回収

・次回の授業プリント

（これに今週のレポート課題も記してある。）

を必ず持って帰ること