

力学 レポート問題 第8回目

問1 教科書 p.21 ~ p.24 を開いて、強制振動と共振について、次の問に答えなさい。

三角関数の加法定理の公式を使って、 $\cos(\Omega t - \delta)$ と $\sin(\Omega t - \delta)$ を展開しなさい。

式(1.250)で $\tan \delta = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} = \frac{2\gamma\Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$ と表されることが分かった。このとき $\omega^2 - \Omega^2 = a$ 、 $2\gamma\Omega = b$ と略記し、図 1.142 のような図を書いて $\cos \delta$ と $\sin \delta$ を求めなさい。

強制振動の振幅は $A^{\text{強}}(\Omega) = \frac{f}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + (2\gamma\Omega)^2}}$ で表される。固有角振動数を $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ 、 $f = 1$

とする。ここでは、抵抗は小さく共振が起こる角振動数 ω_R は $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ と近似できるものとする。

減衰率が $\gamma = 0.02 \text{ s}^{-1}$ のとき、 $A^{\text{強}}(\Omega)$ を $\Omega = 0.9 \text{ s}^{-1}$ から $\Omega = 1.1 \text{ s}^{-1}$ まで 0.02 s^{-1} 間隔で計算して、下の図のような共振曲線のグラフを書きなさい。(グラフ用紙でなくてもよい。)

下の図は、 $\gamma = 0.01 \text{ s}^{-1}$ と $\gamma = 0.025 \text{ s}^{-1}$ の場合について、共振曲線を描いたものである。強制振動力の角振動数 Ω を共振角振動数から変化させ、共振を起こしたときの $1/2$ の振幅となる角振動数がそれぞれ $\Omega_{1/2}^-$ と $\Omega_{1/2}^+$ であるとき、角振動数の間隔 $\Delta\Omega = \Omega_{1/2}^+ - \Omega_{1/2}^-$ を半値幅(半値全幅)という。半値幅 $\Delta\Omega$ の大きさと減衰率 γ との間にはどのような関係があるか。

ある通信ネットワークで、角振動数 $\omega = 1.00 \text{ s}^{-1}$ の電磁波を使った通信を行っているとする。別の通信機には 0.92 s^{-1} 、 0.96 s^{-1} 、 1.04 s^{-1} 、 1.08 s^{-1} のように 0.04 s^{-1} の間隔で電磁波が割り当てられている。各通信機は、同じ強度で電磁波を送信しており、ネットワーク内での電磁波の減衰は無視できるとする。通信機の受信性能は、他の角振動数の信号振幅を、受信したい角振動数の信号振幅の $1/2$ 以下に抑えられれば、混信しないで通信ができる仕様となっている。通信機の入力部に共振特性を利用した回路を取り付けたい。下の図で と のどちらの共振特性の回路を取り付ければよいか。その理由も簡単に述べなさい。

以上 共振曲線 ($\omega = 1 \text{ s}^{-1}$, $f = 1$)

