

[第 7 回目] 運動方程式 2 : 放物運動

今日の授業の目標

それぞれの場合に、働く力と、運動の特徴をしっかりと理解すること！

落体運動（自由落下）の運動方程式とその解 [等加速度運動，2 次関数]

$$\text{運動方程式： } m \frac{dv_x}{dt} = mg \quad x \text{ 軸は鉛直下向き}$$

初期条件として， $t=0$ の位置 x_0 ，速度 v_0 のとき

$$\text{解： } v_x = gt + v_0, \quad x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

落体運動（空気抵抗がある場合）の運動方程式とその解 [終端速度]

$$\text{運動方程式： } m \frac{dv_x}{dt} = mg - cv_x \quad x \text{ 軸は鉛直下向き}$$

初期条件として， $t=0$ の速度 $v_0=0$ のとき

$$\text{解： } v_x = \frac{mg}{c} \left(1 - e^{-\frac{c}{m}t} \right), \quad \text{終端速度 } v_x = \frac{mg}{c} \quad (\text{力のつり合い } cv_x = mg \text{ より})$$

放物運動の運動方程式とその解 [放物線軌道]

$$\text{運動方程式： } m \frac{dv_x}{dt} = 0, \quad m \frac{dv_y}{dt} = 0, \quad m \frac{dv_z}{dt} = -mg \quad z \text{ 軸は鉛直上向き}$$

初期条件として， $t=0$ の位置 $(0, 0, 0)$ ，速度 $(v_0 \cos\theta, 0, v_0 \sin\theta)$ のとき

$$\text{解： } v_x = v_0 \cos\theta, \quad x = v_0 t \cos\theta$$

$$v_z = -gt + v_0 \sin\theta, \quad z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin\theta$$

学習到達目標 (3) 運動の方程式を立てられる。

学習到達目標 (4) 自由落下，放物運動，単振動，単振り子の場合に，運動方程式を満たす解としての運動を求められる。

次回予定 [第 8 回目] 運動方程式 3 (教科書 54 ページまで)

レポート問題 第 7 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は，答えにも必ず単位をつける！MKS 単位系で答えること！

落体運動(自由落下)について，働く力を求め，運動方程式を書きなさい。[教科書の式(1.72)]
 また，初期条件が $t=0$ の位置 x_0 ，速度 v_0 の場合の解を書きなさい。[教科書の式(1.78)]
 空気抵抗がある場合の落体運動について，働く力を求め，運動方程式を書きなさい。[教科書の式(1.79)]
 また，力のつり合いから，終端速度を求めなさい。

放物運動について，働く力を求め，運動方程式を書きなさい。[教科書の式(1.102)]
 また， $t=0$ に原点 O から，水平角 θ の方向に初速 v_0 投げ上げた場合の解を書きなさい。[教科書の式(1.104)と(1.105)]

ハンマー投げで，最も効率よく 80 m の記録を出すための，水平角 θ と初速 v_0 を求めよ。

解答用紙 学籍番号 _____ 氏名 _____

解答スペースが足らなければ、続きを裏に書くか、他の紙に書いてホッチキスでとめて提出しなさい

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！MKS 単位系で答えること！

働く力 $F_x =$ $F_y =$ $F_z =$

運動方程式 (x 方向のみ) x 軸を鉛直下向き

解: $v_x =$, $x =$

働く力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$

運動方程式 (x 方向のみ) x 軸を鉛直下向き

力のつり合い式 = から

終端速度 $v_x =$

働く力 $F_x =$, $F_y =$, $F_z =$ z 軸を鉛直上向き

運動方程式 , ,

解: $v_x =$, $x =$

$v_z =$, $z =$

初速 v_0 を一定にして、最も遠く飛ばすには、水平角 を = にすればよい。

したがって, $\cos =$, $\sin =$ [問 1.38]

簡単にするため地面を $z = 0$ とし, を $t = 0$ で位置 $(0, 0, 0)$ から投げ上げたとする。

放物運動の滞空時間は $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin\theta = 0$ より, $t =$ [問 1.40]

到達距離は $x = v_0 \cdot$ $\cdot \cos\theta =$ となる

$v_0 = \sqrt{\frac{\text{---}}{\text{---} \cdot \cos\theta}} x =$ [\cos と \sin の値, $x = 80\text{m}$ を代入する]