第１回授業　レポート課題

テキストの第１～２章，４～８章，１７～１８章，２０章，２３章の問題演習から，力学１の範囲の問題を４問選んで解け。１つの章から選ぶ問題は１問とする。復習が必要だと思う箇所から選ぶのが望ましい。
注意：テキストの解答は略解であり，答案として必要な部分が省略されている場合がある。説明文や適切な図を加えて，答案を作成することを心がけよ。答案作成力も見る。

答案作成の注意：完成度の高いレポート答案は，期末テストを採点・成績評価する際に，参考にする（部分点をプラスαする）場合がある。
レポートは，たとえ間違えてもよいので，まじめに取り組むことを評価する。
提出〆切：答案用紙を，授業と同じ週の金曜日（１３：００）までに提出
提出場所：Ｄ０３０８（原科）研究室前のレポート提出用の木箱
注意事項：自分の答案をノートに記入するか，コピーをとって，次の授業に持ってくる。

第２回　仕事：テキスト第 12，23 章

1. 今回の授業の目的

力学２の前半は力学的エネルギーの理解を目指す。そして，エネルギーの根本的な基礎は『仕事』という考え方にある。そこで，今回の授業の目的は，仕事という考え方を理解することである。

2. 授業の進行：テキスト第 12 章，第 23 章とこのプリントを合わせて理解を深める

(1) 『仕事』の意味： 物理学における『仕事』とは，物体に力が働くとき，どれだけのエネルギーをその物体に与えたのかを評価する量だと思ってよい。これから考える『仕事』とは『力によって与えるエネルギーの量』である。

(2) 物体に働く力 $\vec{F}$（の向きと大きさ）が一定かつ直線上を運動する場合の仕事（第 12 章 p.54）： テキスト p.54 の図（下側）の状況を考える。物体には図に示されている力 $\vec{F}$ の他にも，重力や垂直抗力などが働いているかもしれないが，ここでは特に力 $\vec{F}$ に注目する。そして，力 $\vec{F}$ が一定ベクトル（向きも大きさも不変）で，物体が x 軸上を運動する（速度 $\vec{v}$ が x 軸に平行な）場合を考える。

- 力が強い程，物体を動かした距離が長い程，大きなエネルギーを与えることになるだろう。つまり，『力』×『移動距離』という掛け算を考えれば，その掛算の値が大きいほど「大きなエネルギーを与えた」と言える。
- 力 $\vec{F}$ はベクトルなので，掛け算を構成するためには何らかの数値を考える必要がある。どんなに強い力を加えたとしても，その力が物体の移動方向を向いていなければ，運動のいきおいは変化しない。この場合はエネルギーを与えたことにはならない，と考えてよいだろう。つまり，『力』×『移動距離』の『力』には，力の移動方向の成分（速度 $\vec{v}$ 方向の成分）を採用する。

以上の 2 点から，『力の $\vec{v}$ 方向の成分』と移動距離 s の積（テキスト p.54 の 2 つ目の式）で仕事を定義する。

（直線運動かつ $\vec{F}$ が一定の場合の仕事）　$W = F_v s = (F\cos\theta)\times s = Fs\cos\theta$　［単位は項目(3)参照］　（2.1）

ここで，
- $s =$『物体の移動距離』（テキスト p.48 の図を参照）
- $\theta =$『$\vec{F}$ と $\vec{v}$ の間の角』（テキスト p.48 の図を参照）
- $F_v =$『$\vec{F}$ の $\vec{v}$ 方向成分』$= F\cos\theta$（ベクトルの成分を復習）

（ベクトルの大きさ $|\vec{F}| = F$ と表すことに注意せよ。）

注意 1： 式（2.1）で $\theta = 0$（$\vec{F}$ と $\vec{v}$ が同じ向きの場合）を考えれば， $\cos 0 = 1$ よりテキスト p.48 の 1 つ目の式（$W = Fs$）を得る。

注意 2： 今回は，物体は直線上を運動し，かつ力 $\vec{F}$ が一定の場合を扱う。次回は，必ずしも直線上の運動でなく，かつ $\vec{F}$ が一定でもない場合も扱う。その際，定積分という数学を扱う。（力学 1 で扱った積分は正確には，不定積分という。）

(3) 仕事 W の単位： 演習形式で理解しよう。

問題： 仕事 W の単位を基本的な単位［m］,［s］,［kg］で表すと，［$\mathrm{kg \cdot m^2/s^2}$］であることを示せ。

大切な単位： 仕事の単位［J］=［N・m］=［$\mathrm{kg \cdot m^2/s^2}$］をジュールという。

この単位は，力の単位［N］=［$\mathrm{kg \cdot m/s^2}$］（ニュートン）と同様に，あまりにも頻繁に登場する重要な単位なので，［J］（ジュール）という略称が付いている。（ジュールは，エネルギーの考え方を確立するための重要な研究をした研究者。2 年生の科目「基礎工学実験」ではジュールの重要な実験を追体験する。）

(4) エネルギー： 仕事は「力 × 移動距離」で与えられる量である。しかし，必ずしも「力 × 移動距離」ではない，異なる計算過程からも単位［J］を持つ量が定義されることが，次回以降の授業で明らかになる。そこで，どんな計算過程（どんな定義）かによらず，とにかく［J］という単位を持ち，かつスカラーである量をエネルギーという。

注意 3（テキスト第 23 章 p.91）： スカラーとは，ベクトルのように向きを持たず，値だけで完全に決まる量のこと。例えばエネルギーの他に，温度，質量などもスカラーである。

(5) 演習 1： 例題 12.1（p.56），問題演習 12 の問題 12-3（p.57）に取り組む。追加問題：問題 12-3 をもとに，角度を $\theta = 90°$，$\theta = 180°$，$\theta = 150°$に変えた場合の図を描き，力がする仕事を求めよ。

追加応用問題：重さ12 N の物体が傾斜角30°の斜面を5.0 m 滑り降りる。重力がした仕事を求めよ。

(6) 仕事率（第 12 章 p.54）： 単位時間あたりの仕事を仕事率と言い，単位は［W］（ワット）= ［J/ s］ である。速度$\vec{v}$が一定（向きは x 軸方向として成分は$\vec{v} = (v_x, 0)$の場合を考えると，x 軸に沿った移動距離 $s = v_x t$（t は時間）なので，式（2.1）より

$$\boxed{\left(\begin{array}{l}\vec{v}\text{が一定の場合}\\ \text{の仕事率}\end{array}\right) \qquad P = \frac{W}{t} = F v_x \cos\theta \quad [\mathrm{J/s}]} \tag{2.2}$$

ただし，θ =『$\vec{F}$ と$\vec{v}$の間の角』（テキスト p.48 の図を参照）である。

(7) 力$\vec{F}$と変位ベクトル$\vec{s}$の内積で表す仕事，力$\vec{F}$と速度$\vec{v}$の内積で表す仕事率（発展的内容）： ベクトルの内積を使うと，仕事や仕事率を簡潔に考えられる。

ベクトルの内積（第 23 章 p.92）： テキスト p.92 の図（上から 3 つ目）のように，ベクトル$\vec{a} = (a_x, a_y)$と$\vec{b} = (b_x, b_y)$ の間の角をθとする。2 つのベクトルから 1 つの数値を得る規則として，つぎの内積を定義する。

ベクトルの内積：$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\theta$ （$= a_x b_x + a_y b_y$ となることも証明できる） （2.3）

注意 4： ベクトルの間に点を打つ記号『$\vec{a} \cdot \vec{b}$』で$ab\cos\theta$ という値（スカラー）を表すのであり，数の掛算を省略する点とは全く関係ない。なお，$\vec{a} \times \vec{b}$という記号で『外積』という別の考え方（力学 3 で扱う）を表すので，ベクトルに対する『×』と『・』という記号を確実に使い分けなければならない。

以上の内積を使うと，仕事（2.1），仕事率(♯1) は次のように内積で表せる。

式(2.1) ⇒ ［仕事］: $W = Fs\cos\theta = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ［J］ （2.4）

式(♯1) ⇒ ［仕事率］: $P = F v_x \cos\theta = \vec{F} \cdot \vec{v}$ ［J/s］ （2.5）

(8) 演習 2：① 物体に $\vec{F} = (1, 3)$ N の力を加えながら、 $\vec{s} = (5, 2)$ m だけ移動させた。力がした仕事 $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ を内積の成分表示 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y$を用いて求めよ。

（発展）② x 軸の正方向の単位ベクトルを$\vec{i} = (1,0)$，y 軸の正方向の単位ベクトルを$\vec{j} = (0,1)$とする（p.92 参照）。また，ベクトル$\vec{A}$とx 軸の間の角（x 軸の正方向から測る角）を α，ベクトル$\vec{A}$とy 軸の間の角（y 軸の正方向から測る角）を βとする。このとき，次の関係が成立することを，ベクトルを作図して示せ。$\vec{A} = (2\sqrt{3}, 2)$のとき，角αを求めよ。

$\vec{A}$ の x 成分：$A_x = \vec{A} \cdot \vec{i}$ （$= A\cos\alpha$），$\vec{A}$の y 成分：$A_x = \vec{A} \cdot \vec{j}$（$= A\cos\beta$）

（これで，式（2.1） の$F\cos\theta$ =『$\vec{F}$の$\vec{v}$方向成分』を理解できる。）