

第10回授業 レポート課題

(a) 水平な xy 平面内を、位置ベクトル $\vec{r}(t) = (0.5 \cos(25t + \pi/2), 0.5 \sin(25t + \pi/2))$ [m]で表される等速円運動する物体について、以下の問いに答えよ。（有効数字2桁で答えよ。ただし α は π を用いて答えてよい。）

- a-1) 円軌道の半径 A 、角速度 ω 、時刻0 [s]での回転角 α を読み取れ。
- a-2) 周期 T 、速さ v ($= |\vec{v}(t)|$)、加速度の大きさ a ($= |\vec{a}(t)|$)、を求めよ。
- a-3) 物体と共に等速円運動する観測者を想定する。この観測者が測る、物体に働く遠心力 $\vec{C}(t)$ を求めよ。
- a-4) 演習2で求めた張力 $\vec{H}(t)$ が物体に与える仕事率（単位時間当たりの仕事） P を求めよ。

(b) テキスト問題演習9から問題9-3 (p.41)を答えよ。ただし、質量 $m = 2.0$ [kg]、自然長 $\ell = 0.40$ [m]、ばね定数 $k = 6.3 \times 10^3$ [N/m]、ばねの伸び $x = 0.10$ [m]とし、数値でも答えよ（有効数字2桁で）

(1) 回転の半径 r はいくらか。(2) 小球に働くばねの弾性力の大きさ F はいくらか。(3) 小球の加速度の大きさ a はいくらか。(4) 小球の角速度の大きさ ω はいくらか。(5) 小球の速さ v はいくらか。

追加の問い(6) 小球が持つ力学的エネルギー E を求めよ。（水平面の高さを重力による位置エネルギーの基準とする）

チャレンジ問題（取り組むかどうかは各自の判断）： 以上の問題では、重力の効果が無視できるように水平面上の円運動を考えた。では、鉛直な面内で同様な円運動させた場合、以上の問題で求めた力など様々な量について、重力を考慮した場合としない場合での誤差は、どの程度だと見積ることができるか？

注意1: 計算式だけでなく、説明文（必要なら適切な図も）を加えて答案を作成すること。答案作成力も見る。
 注意2: 最初はこの問題がよく解けなかったとしても構わない。しかし、次の確認テストまでに何度も復習し、適切な答案を作れるようにすることを強く勧める。

提出〆切：答案用紙を、授業と同じ週の金曜日（13：00）までに提出

提出場所：D0308（原科）研究室前のレポート提出用の木箱

注意事項：自分の答案をノートに記入するか、コピーをとって、次の授業に持ってくる。

第11回 円運動と慣性力2（問題演習）：第9, 17, 22章の応用

1. 今回の授業の目的

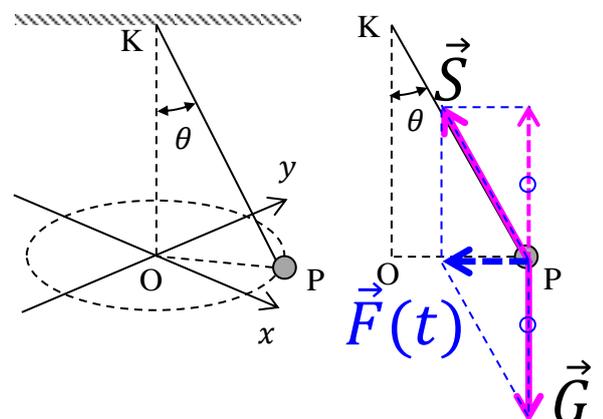
前回、等速円運動と慣性力を扱った。様々な製品には回転する部品が多いので、工学系において等速円運動は基礎的で重要な運動である。また、加速運動する観測者が測る『見かけ上の力』である慣性力も、車や飛行機など運動する機械の部品や搭乗者の視点に立つとき、考慮する必要がある。今回の授業の目的は、等速円運動と関連事項の理解を定着させるための問題演習である。

2. 授業の進行

(A) 演習1：電車が走る直線状のレールに沿って x 軸をとる。駅ホームに停車していた電車が発車して、15秒のあいだ加速したとする。駅ホームにいる人を観測者 D_1 （太郎）とし、電車内にいる人を観測者 D_2 （花子）とする。加速中（ $0 \leq t \leq 15$ [s]）の電車の運動を、 D_1 （太郎）が測ったときの位置（の x 座標）は、 $x(t) = 4t^{5/2}$ [m]で表される。 D_2 （花子）の体重は $m = 60$ [kg]である。以上の設定で、電車の加速中に D_2 （花子）が測定する、自分自身の身体に働く慣性力 $\vec{C}(t)$ の x 成分を求めよ。

$\vec{C}(t)$ の x 成分 $C_x(t) =$ _____

(B) 演習2 [円錐振り子]：テキスト問題演習9の問題9-4 (p.41)に取り組む。ただし設定として、物体を P 、天井に固定した糸の端を点 K 、質量 $m = 5.0$ [kg]、糸の長さ $\ell = 2.0$ [m]、糸と鉛直線のなす角 $\theta = \pi/6$ [rad]、重力加速度の大きさ $g = 9.8$ [m/s²]とする。空気抵抗は無視できる。水平面上に xy 軸をとる。（この水平な xy 面上で物体は等速円運動をする。）



- (1) 物体には重力 \vec{G} と糸の張力 \vec{S} が働く。前ページ右側の $\triangle OKP$ の図にベクトル \vec{G} と \vec{S} を表す矢印を掛け。ただし、 \vec{G} と \vec{S} の向きだけでなく、長さの関係も分かるように作図し、補助線も残すこと。作図を参考に糸の張力の大きさ S を求めよ。

$$S \cos \theta - mg = 0 \quad S = \frac{mg}{\cos(\pi/6)} = 56.6[\text{N}] \quad S = \underline{57[\text{N}]}$$

(2) 次の手順で求める。

- (2-1) 問い(1)で描いた図に、合力 $\vec{F}(t)$ を作図せよ。また、合力の大きさ F を求めよ。この $\vec{F}(t)$ が向心力となって、物体Pは等速円運動をする。

$$F = S \sin \theta = \frac{mg \sin(\pi/6)}{\cos(\pi/6)} = 28.3[\text{N}] \quad F = \underline{28[\text{N}]}$$

- (2-2) 図を参考に、回転の半径 r を求めよ。

$$r = \ell \sin \theta = \ell \sin(\pi/6) = 1.0[\text{m}] \quad r = \underline{1.0[\text{m}]}$$

- (2-3) 問い(2-1), (2-2)の答えを用いて角速度 ω を求めよ。

$$F = mr\omega^2 \text{ より } \omega^2 = \frac{F}{mr} \quad \omega = \sqrt{\frac{F}{mr}} = \sqrt{\frac{mg \sin \theta}{m\ell \sin \theta \cos \theta}} = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \theta}} = 2.38[\text{rad/s}]$$

$$\omega = \underline{2.4[\text{rad/s}]}$$

- (3) 周期 T を求めよ。

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \theta}{g}} = 2.64[\text{s}] \quad T = \underline{2.6[\text{s}]}$$

- 追加(4) 時刻0 [s]での回転角を $1/7$ [rad]とする。時刻 t [s]における物体Pの位置ベクトル $\vec{r}(t)$ [m]の xy 成分を表せ。

$$\vec{r}(t) = (\underline{\cos(2.4t + 1/7)}, \underline{\sin(2.4t + 1/7)}) \text{ [m]}$$

- 追加(5) 時刻 t [s]における物体Pに働く向心力 $\vec{F}(t)$ の xy 成分を表せ。

$$\vec{F}(t) = (\underline{-28 \cos(2.4t + 1/7)}, \underline{-28 \sin(2.4t + 1/7)}) \text{ [N]}$$

- 追加(6) 物体Pと共に運動する観測者を想定する。この観測者が測る、物体Pに働く遠心力 $\vec{C}(t)$ を求めよ。

$$\text{遠心力}\vec{C}(t) : \text{大きさ } \underline{28[\text{N}]}, \text{ 向き } \underline{\text{回転中心から外へ向かう向き}}$$

- (C) 演習3: ばね定数 k [N/m], 自然長 L [m]のばねに質量 m [kg]の物体を結び付けて、角速度 ω [rad/s]の等速円運動をさせる。空気抵抗と重力は無視できる。

- (a) 等速円運動をしている間のばねの長さ A を、 k, L, ω, m の中から必要なものを使って表せ。

ばねの弾性力が向心力だから、運動方程式より、

$$k(A - L) = m\omega^2 A \Rightarrow A = \frac{kL}{k - m\omega^2}$$

- (b) この等速円運動は、ある角速度 ω_{\max} 以上に速く回転をさせることが出来ない。この角速度の上限値 ω_{\max} を、 L, k, m の中から必要なものを使って表せ。(ヒント: 角速度 ω を小さな値から増やしていくと A がどうなるか、 $A - \omega$ グラフを描いて考えてみよう。)

$$k - m\omega^2 = 0 \text{ とき}$$

$$A = \frac{kL}{k - m\omega^2} \text{ の分母がゼロ}$$

$$\Rightarrow \omega_{\max} = \sqrt{k/m}$$

$$\text{のとき } \omega_{\max} = \underline{\sqrt{k/m}}$$

A が発散的に増大する 11 回目-2

