

[第 1 2 回目] 物質波 (電子の波動性)

考える内容

- 電子の波動性について

今日の授業の目標

電子波 (物質波)

電子の運動量 $p = mv$ [kg m/s] と波長 λ [m] の間の関係は,

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

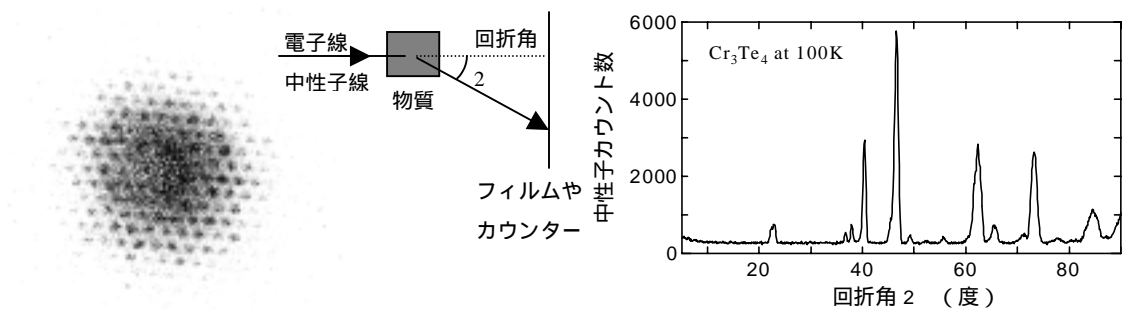
 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$: プランク定数($\text{J}\cdot\text{s} = \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s} = \text{kg m/s}^2 \cdot \text{m}\cdot\text{s} = \text{kg m/s}\cdot\text{m}$) λ : 物質波の波長 (ド・ブロイ波長) [m]電子のエネルギー E [J] と振動数 ν [Hz] の間の関係は,

$$E = h\nu$$

 ν : 物質波の振動数 [Hz] = [s^{-1}]

物質波の例

- 雲母の結晶による電子線回折 (菊地正士)
- 中性子回折 (測定は原科ら)



電子の粒子性：微弱な電子ビームを使って，回折パターンを写真フィルムやカウンターで観測すると，電子は1個，2個と数えられる。

次回予定 [第 1 3 回目] 水素原子のボーア・モデル (教科書 169 ページまで)

レポート問題 第 1 2 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は，答えにも必ず単位をつけること！

問 1 教科書の問6.5を答えよ。

問 2 金属中の自由電子は，量子力学的効果により，最大 1eV 程度のエネルギーをもって運動している。電子のエネルギーを $E = 1 \text{ eV}$ としてを電子波の波長 λ を求めよ。[教科書の問6.5の答えを参考にせよ]

問 3 平均原子間隔が $l = 1 \times 10^{-6} \text{ m}$ である希薄な ^{87}Rb (ルビジウム) 原子の気体を考える。(^{87}Rb 原子の質量 $m = 1.44 \times 10^{-25} \text{ kg}$)

速さ $v = 3.00 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ で運動する ^{87}Rb 原子の運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ と運動量 mv を求めよ。

運動量 mv から物質波の波長 λ を求めよ。[教科書 161 ページの式 (6.11) を使う]

絶対温度 $T = 3.00 \times 10^{-8} \text{ K}$ のときの ^{87}Rb 気体の熱運動の平均エネルギー $E = \frac{3}{2}kT$ を求めよ。

解答用紙 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること！

問 1

問 2 $E = \frac{1}{2}mv^2$ より $p = mv = \sqrt{2mE}$ をえる。

単位を変換して $E = \frac{1}{2}mv^2 = 1 \text{ eV} =$ J を用いて、

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \quad [\quad]$$

この自由電子の波長をフェルミ波長という。この波長が結晶の原子間隔程度であることが、金属の様々な性質を理解する上で重要である。

問 3 (原子番号 37 番の ^{87}Rb 原子のような重い粒子でも波の性質をもつこと)

運動エネルギー $E = \frac{1}{2}mv^2 =$ [J]

運動量 $p = mv =$ [kg m/s]

波長 $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} =$ [m]

これは ^{87}Rb 気体の平均間隔 $l = 1 \times 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$ 程度である。

ボルツマン定数 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ だから、絶対温度 $T = 3.00 \times 10^{-8} \text{ K}$ のとき、

熱運動の平均エネルギー $E = \frac{3}{2}kT =$ [J]

この温度での熱運動のエネルギーは、 で求めた運動エネルギーと同程度である。したがって、熱運動から決まる物質波の波長 (熱ド・プロイ波長) が、原子の平均間隔 l 程度になることがわかる。このような超低温で ^{87}Rb 気体はボーズ・アインシュタイン凝縮を起こし、超流動状態になる。(2001 年のノーベル物理学賞)