

[第3回目] 放物運動

≪今日の授業の目標≫ 2次元の運動は、2方向(x方向とy方向)に分解して理解できる!

◎ 放物運動の運動方程式とその解 [放物線軌道]

運動方程式: $ma_x(t) = 0, ma_y(t) = -mg, ma_z(t) = 0$ ※ y軸は鉛直上向き

初期条件として, $t=0$ の位置 $\vec{r}(0) = (0, 0)$, 速度 $\vec{v}(0) = (v_0 \cos \theta, v_0 \sin \theta)$ のとき

解: $v_x(t) = \int a_x(t) \cdot dt = \int 0 \cdot dt = C_1, \Rightarrow x(t) = \int v_x(t) \cdot dt = \int C_1 \cdot dt = C_1 t + C_2$

$v_y(t) = \int a_y(t) \cdot dt = \int (-g) \cdot dt = -gt + D_1,$

$\Rightarrow y(t) = \int v_y(t) \cdot dt = \int (-gt + D_1) \cdot dt = -\frac{1}{2}gt^2 + D_1 t + D_2$

初期条件を用いて

$v_x(t) = v_0 \cos \theta, x(t) = (v_0 \cos \theta)t$ ←等速直線運動と同じ式

$v_y(t) = -gt + v_0 \sin \theta, y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \theta)t$ ←等加速度直線運動と同じ式

⇒ $x(t), y(t)$ の式から時間 t を消去すれば, 軌道 (x と y の式) を求められる。

$$y = -\left(\frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2}\right)x^2 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)x$$

学習到達目標 (1) 放物運動の運動方程式を解くことができる。

次回予定 [第4回目] 等速円運動 (教科書 54~56 ページまで)

レポート問題 第3回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

☆... 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことを文章でまとめよ。(部分的になら式もよい。)

☆... 問2 教科書 44 ページの演習問題 B を答えよ。

B... 問3 質量 m のボールを, 初速 v_0 , 水平からの投射角 θ で投げ, その後の運動を考える。空気抵抗は無視できる。ボールを投げた位置を原点 O とする。ボールが xz 平面を運動するように, 水平方向に x 軸を, 鉛直上向きに z 軸をとる。

B... ① ボールに働く力の各成分を求め, 運動方程式を書け。

B... ② x 軸方向と z 軸方向について, 運動方程式を解き, 初期条件を用いて特解を求めよ。

B... ③ ②の特解から, 時間 t を消去し, 軌道を表す式を求めよ。

B... ④ 初速 v_0 , 水平角 θ で投げたときの, ボールの到達距離を, ③の結果で $z=0$ と置いた式から求め, g, v_0, θ で表せ。

C... ⑤ 初速 v_0 を一定として, 最も遠くに飛ばすための水平角が $\theta=45^\circ$ であることを示せ。

C... ⑥ ボールを 80 [m] 飛ばすために必要な最小の初速 v_0 を数値で求めよ。($\theta=45^\circ$ で投げる。)

=====
本日のレポートの〆切は 5月9日 (火) 17:00 です。

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

☆…問 1

☆…問 2 (a) 重力 $F_x =$ _____ , $F_y =$ _____

(b) 運動方程式より,

$$\vec{a}(t) = (\quad , \quad) [\quad]$$

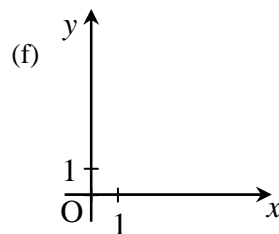
(c)

$$\vec{v}(t) = (\quad , \quad) [\quad]$$

(d)

$$\vec{r}(t) = (\quad , \quad) [\quad]$$

(e)



問 3 ① 働く力 $F_x(t) =$ _____ , $F_y(t) =$ _____ , $F_z(t) =$ _____

運動方程式:

※ z 軸を鉛直上向き

②

$$v_x(t) = \quad , \quad x(t) =$$

$$v_z(t) = \quad , \quad z(t) =$$

③

④ 到達距離は、 $z=0$ となる x を求めればよいから、

$$x =$$

⑤ 到達距離が最大となる条件から、

⑥ ④の結果を v_0 を求める式に変形し、 $\theta = 45^\circ$, $x = 80$ [m], g の値を代入すると、

$$v_0 = \quad [\quad] = \quad \text{[km/h]}$$

☆このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分、

それ以外に力学2の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。