

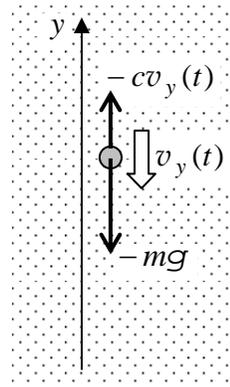
[第12回目] 抵抗力が作用するときの落下運動

《今日の授業の目標》 重力とともに**抵抗力**が働く場合の運動

◎ 気体や液体中を運動する物体に働く抵抗力 (空気抵抗など)

$$f_x(t) = -cv_x(t) \quad \text{※物体が運動している方向を } x \text{ 軸とする。}$$

運動を妨げるように運動方向 (速度) と逆向きに作用する。



○ 抵抗力を受ける場合の落下運動の運動方程式とその解 [終端速度]

$$\text{運動方程式: } ma_y(t) = -mg - cv_y(t) \quad \text{※鉛直上向きを } y \text{ 軸とする}$$

$$\begin{aligned} \text{加速度: } a_y(t) &= -g - \frac{c}{m}v_y(t) \Rightarrow \frac{dv_y(t)}{dt} = -\frac{c}{m}\left(v_y(t) + \frac{mg}{c}\right) \quad (b = \frac{c}{m} \text{ とおく}) \\ \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(v_y(t) + \frac{mg}{c}\right) &= -b\left(v_y(t) + \frac{mg}{c}\right) \Rightarrow v_y(t) = -\frac{mg}{c} + Ae^{-bt} \quad (\because \frac{de^{ax}}{dx} = a \cdot e^{ax}) \end{aligned}$$

初期条件として,  $t=0$  の速度が  $v_x(0) = v_0 = 0$  のとき,

$$\text{解: } v_y(t) = -\frac{mg}{c}(1 - e^{-bt}), \quad \boxed{\text{終端速度 } v_y(\infty) = -\frac{mg}{c}}$$

[  $F_x(\infty) = mg - cv_y(\infty) = 0$  より等速度運動になる ]

次回予定 [第13回目] 減衰振動 (教科書 157~159 ページまで)  
 \*\*\*\*\*  
 レポート問題 第12回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

**数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!**

☆... 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことを文章でまとめよ。(部分的になら式もよい).  
 問2 次の各問いに答えよ。

- ①  $f(x) = e^{-x}$  を微分せよ。 ②  $x(t) = 2e^{-5t+4}$  を微分せよ。
- ③  $g(x) = e^{-3x}$  のグラフの,  $x=0$  における接線の傾きを求めよ。 ④  $e^3 \cdot e^{-4t}$  を  $e^0$  の形で表せ。

問3  $f(x) = e^{-x}$  のグラフを書け。

B... 問4 質量  $m = 2.0$  [kg] の物体が, 速度  $\vec{v}(t)$  に比例する空気抵抗を受けながら落下する。抵抗力の係数を  $c = 0.50$  [N·s/m] とする。  $t=0$  のとき静かに物体を放した。以下の問いに答えながら物体の運動を考えよ。

- ① 問題の状況を図に書け (物体, 力, 座標軸など)。鉛直上向きを  $y$  軸の正の向きとする。
- ②  $y$  軸方向の運動方程式を立てよ。運動方程式から, 加速度  $a_y(t)$  を式で求めよ。
- ③ 初め速度  $v_y(t)$  は増加するか減少するか。また速さ  $|v_y(t)|$  は増加するか減少するか。
- ④ 時間が十分経過した ( $t \rightarrow \infty$ ) とき, 加速度  $a_x(\infty)$  はどうなるか。
- ⑤ 時間が十分経過した ( $t \rightarrow \infty$ ) とき, 速度 (終端速度)  $v_y(\infty)$  を, 運動方程式から数値で求めよ。
- ⑥  $v_y(t) = -\frac{mg}{c}(1 - e^{-bt})$  が, 運動方程式の解であることを示せ。ただし  $b = \frac{c}{m}$  である。

次回 7月13日 (木) 第2回中間テスト 机の両端に座る  
 授業の初めの20分程度 (その後通常授業) 参照物なし 関数電卓 (ポケコン) 使用可  
 力のモーメント, 角運動量, 回転の運動方程式, 単振り子, 角運動量保存則

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

☆…問 1

問 2 ①  $\frac{df(x)}{dx} =$

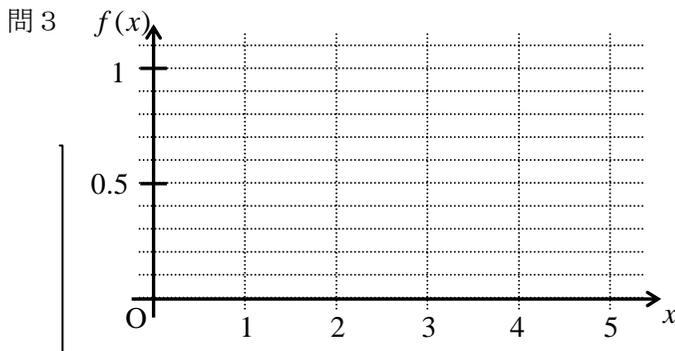
②  $\frac{dx(t)}{dt} =$

③  $\frac{dg(x)}{dx} =$

だから、 $\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x=0} =$  ∴接線の傾きは

④  $e^3 \cdot e^{-4t} =$

問 4 ①



② 運動方程式：

加速度：

② 初め  $v_y(0) =$  \_\_\_\_\_ で、 $a_y(0) =$  \_\_\_\_\_ だから、速度  $v_y(t)$  は 減少・増加 する。

③ 速度は負なので、速さ  $|v_y(t)|$  は 減少・増加 する。

④ 時間が経過すると加速度は増大し、十分に時間が経過 ( $t \rightarrow \infty$ ) すると  $a_y(\infty) =$  \_\_\_\_\_ になる。

⑤ したがって運動方程式より、十分に時間が経過すると、\_\_\_\_\_ =  $-mg - cv_y(\infty)$ 。

$v_y(\infty) =$  \_\_\_\_\_ [      ]

⑥

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分、  
それ以外に力学2の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。