

[第11回目] 角運動量保存則

《今日の授業の目標》 回転の運動方程式の応用

○ 等速円運動 (半径  $r$ , 角速度  $\omega$ , 速さ  $v$ )

速さ  $v = r\omega$

向心力のモーメント  $N = 0$   
 $\Rightarrow \ell = mrv = mr^2\omega = \text{一定}$

◎ 角運動量保存則

物体に働く力のモーメントが  $\vec{N}(t) = 0$  ならば

$$\frac{d\ell(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \ell(t) = \text{一定} \quad (\text{時間変化しない})$$

学習到達目標 (4) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

さらに一般的には,  
 ☆中心力 (常に中心向きに働く性質をもつ力)  
 万有引力, クーロン力など  
 ・力のモーメント = 0  
 ・中心力による運動は, 角運動量が一定

次回予定 [第12回目] 抵抗力が作用するときの落下運動 (教科書 208~210 ページまで)

\*\*\*\*\*  
 レポート問題 第11回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- ☆… 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことを文章でまとめよ。(部分的になら式もよい。)
- ☆… 問2 本日の授業で学んだ内容を用いた問題を自分で1問作り, それを答えよ。(答えが出せないような難しい問題を作ってもよいが, 途中までは自分で考えて解くこと。裏・別紙解答可)
- 問3 質量  $m$  の小さなおもりを長さ  $R$  の糸で吊り下げた単振り子について次の問いに答えよ。
- A… ① 鉛直線からの振れ角を  $\theta(t)$  として, 回転の運動方程式を立てよ。さらに, 振れ角が微小 ( $\theta(t) \ll 1$  [rad]) であるとして, 振れ角  $\theta(t)$  の一般解を求めよ。
- B… ② ①の一般解より角速度  $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  を求めよ。
- C… ③ ②の結果より向心力の大きさ  $f_{\text{向}} = mR\omega^2(t)$  を求めよ。
- C… ④ 向心力は, 糸の張力  $S(t)$  と, 重力の糸に平行な分力 (外向き) との和となり, 向心力の大きさは  $f_{\text{向}} = S(t) - mg \cos \theta(t)$  である。③の結果を用いて, 張力の大きさ  $S(t)$  を式で求めよ。
- 問4 月は地球の周りを約 28 日かけて1周 ( $2\pi$  [rad]回転) する。(月の公転という。)
- A… ① 月の公転周期を 28 日として, 公転する角速度の大きさ  $\omega$  を数値で求めよ。(単位は [rad/s])
- A… ② 月の公転を半径  $r = 380000$  [km] の円運動とみなしたとき, 月の速さ  $v$  を数値で求めよ。
- A… ③ 月を質量  $m = 7.35 \times 10^{22}$  [kg] の粒子と考えたとき, 月の運動量の大きさ  $p$  を数値で求めよ。
- B… ④ 月の公転の角運動量の大きさ  $\ell$  を数値で求めよ。
- 問5 角運動量保存則とはどのような法則か。内容を説明せよ。
- ☆… 問6 長さ  $a$  の糸で結ばれ, 中心  $O$  の周りを速さ  $v_1$  で等速円運動している質量  $m$  の粒子がある。
- B… ① 中心  $O$  から糸を引き寄せ, 長さを  $a/2$  とした。このときの質点の速さ  $v_2$  を  $v_1$  で表せ。
- B… ② 半径が  $a/2$  となったときの粒子の運動エネルギー  $K_2$  は  $K_1$  の何倍か。糸を引き寄せる力がした仕事  $W$  を,  $K_1$  を用いて表せ。
- C… 問7 惑星  $A$  が太陽  $O$  のまわりを楕円運動する。太陽から最も遠い距離を  $r_1$ , 最も近い距離を  $r_2$  とする。
- ① 太陽  $O$  のまわりでの万有引力のモーメント  $\vec{N}(t)$  を求めよ。また, 太陽  $O$  のまわりでの惑星  $A$  の角運動量  $\ell(t)$  は一定か?
- ② 太陽から最も遠い位置での速さを  $v_1$ , 最も近い位置での速さを  $v_2$  とする。距離の比が  $r_1/r_2 = 2$  のとき, 速さの比  $v_1/v_2$  を求めよ。

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

☆... 問 1

☆... 問 2 問題:

答:

問 3 ①

単振動の方程式と同じ形だから, 一般解は \_\_\_\_\_ となる。

②  $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} =$  \_\_\_\_\_ ③  $f_{\text{向}} = mR\omega^2(t) =$  \_\_\_\_\_

④  $S(t) = f_{\text{向}} + mg \cos \theta(t) =$  \_\_\_\_\_

問 4 ①  $\omega =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

②  $v =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

③  $p =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

④  $\ell =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

問 5

☆... 問 6 ①

②

問 7 ① 万有引力は中心向き  $\vec{r}(t) // \vec{F}(t)$  だから,  $\vec{N}(t) =$

したがって,  $\vec{l}(t)$  は 一定である・一定にはならない。

②

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学2の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。