

[第10回目] 単振り子

《今日の授業の目標》 回転の運動方程式の応用

○ z軸のまわりでの回転の運動方程式  $\frac{d\ell_z(t)}{dt} = N_z(t)$

回転半径  $r$  が一定ならば,  $\ell_z(t) = mr^2\omega(t)$  より  $mr^2 \frac{d\omega(t)}{dt} = N_z(t)$

◎ 単振り子 [質量  $m$ , 糸の長さ  $R$ , 振れ角 (回転角)  $\theta$  ]

回転の運動方程式  $mR^2 \frac{d\omega(t)}{dt} = N_z(t)$  { 角速度:  $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$  }

重力のモーメント:  $N_z(t) = -R \cdot mg \cdot \sin\theta(t)$ ,

※張力のモーメントがゼロであることに注意 (回転の運動方程式を用いるメリット)

《参考》慣性モーメント:  $I = mR^2$

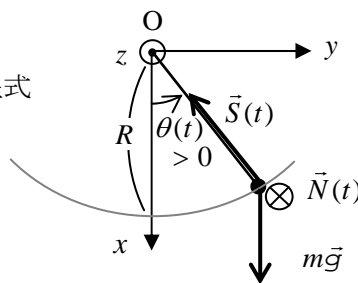
振動が微小  $|\theta(t)| \ll 1$  [rad] の場合

$mR^2 \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = -Rmg \cdot \theta(t)$  ※単振動と同じ方程式

一般解  $\theta(t) = A \cos(\Omega t + \alpha)$

角振動数  $\Omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$  [rad/s]

周期  $T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$  [s] ※この機会に「単振動」も復習しておくとうい



学習到達目標 (5) 回転の運動方程式から単振り子の運動を理解できる。

次回予定 [第11回目] 角運動量保存則 (教科書 123~125 ページ)

\*\*\*\*\* レポート問題 第10回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- ☆... 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことを文章でまとめよ。(部分的になら式もよい。)
- A... 問2 関数電卓などを使って次の量を計算せよ (有効数字3桁で求めよ)。 $\theta$  が小さいときの近似式  $\sin\theta \doteq \theta$  は, 角度に [rad] 単位を用いたときに成り立つことを確認せよ。
  - ①  $\theta = 1^\circ$  のときの  $\sin\theta$     ② 1 [rad] を度 ( $^\circ$ ) 単位で表せ。    ③  $\theta = 1$  [rad] のときの  $\sin\theta$
  - ④  $\theta = 0.1$  [rad] のときの  $\sin\theta$     ⑤  $\theta = 0.01$  [rad] のときの  $\sin\theta$
- B... 問3 教科書 121 ページ演習問題 A の問題 1 を答えよ。
- B... 問4 質量 7.0 [kg] の小物体 P が長さ 1.0 [m] のヒモの先に取り付けられて振り子になって振動している。重力加速度の大きさは 9.8 [m/s<sup>2</sup>] とする。ヒモの質量と空気抵抗は無視できる。振り子の振れ角  $\theta(t)$  は十分に小さく, 振り子の振動は単振動で近似できる。
  - ①この単振り子の角振動数  $\Omega$  を, 数値で答えよ。②この単振り子の周期  $T$  を, 数値で答えよ。
  - ②この単振り子の振動数  $f$  を, 数値で答えよ。
  - ④  $t = 0$  での振れ角が最大値  $\theta(0) = 0.1$  [rad] になったとして,  $\theta(t)$  を  $\cos$  関数を用いて表せ。
  - ⑤④の  $\theta(t)$  をグラフに描け (縦軸  $\theta$ , 横軸  $t$ )。
- ☆... B... 問5 教科書 122 ページ演習問題 B の問題 2(a)~(f)までを答えよ。[d-1]は各自確認し記入不要。]
- B... 問6  $g = 9.80$  [m/s<sup>2</sup>] とし, 糸の長さが  $R = 150$  [cm] の振り子の周期  $T$  を数値で求めよ。

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

☆... 問 1

問 3 ①  $\sin 1^\circ =$                       ②  $1^\circ =$                       [rad] ③  $\sin 1 =$

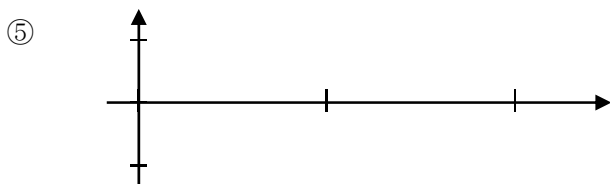
④  $1 \text{ rad} =$                       ° ⑤  $\sin 0.1 =$

問 3 (a)                      | (c)

(b)  $T =$                       | (d)

問 4 ①  $\Omega =$                       [       ] ②  $T =$                       [       ]

③  $f =$                       [       ] ④



☆... 問 5 (a)  $\theta_0 =$                       [rad],  $\omega_0 =$                       [       ] (ヒント:  $\ell_z(t)$  は微分を使って表す)

(b) b-1)  $N_z(t) =$                       [       ]

b-2)  $\ell_z(t) =$                       [       ]

b-3) 回転の運動方程式                      より,

(d)  $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$

(c)  $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$

$\theta(t) = A \cos( [       ] \cdot t + \alpha )$  [rad]

d-2)                       $\omega(t) =$                       [       ]

(e)  $A \cos \alpha =$                       ,  $A \sin \alpha =$                       , e-1)  $A =$                       [       ],  $\alpha =$                       [rad]

e-2)  $\theta(t) =$                       (f)  $T =$                       [       ]

問 6  $T =$

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,  
それ以外に力学2の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。