

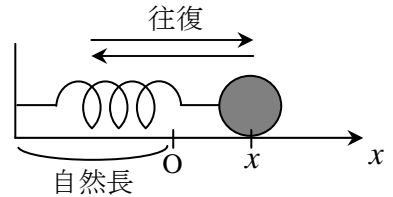
[第10回目] 運動方程式を解く3: 単振動

《今日の授業の目標》

◎ 弾性力が作用するときの運動方程式とその解

[三角関数, 単振動]

弾性力 $F_x(t) = -kx(t)$ ※ x は自然長からの伸び



⇓ 立てる

(2階の微分方程式)

$$\text{運動方程式: } ma_x(t) = -kx(t) \rightarrow a_x(t) = -\frac{k}{m}x(t) \rightarrow \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$$

... ①

一般解: $x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$ ※ \cos の () の中身の単位は [rad] (ラジアン)

: 単振動 simple harmonic oscillation

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \alpha) \quad (\leftarrow \text{座標 } x(t) \text{ を時間で微分して求める})$$

A: 振幅 [m] (任意定数) amplitude, α : 初期位相 [rad] (任意定数)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} : \text{角振動数 [rad/s]}$$

(↑ 速度 $v_x(t)$ をさらに時間で微分して
加速度を求め, ①と比較する。)

$$\left[\begin{array}{l} \text{周期: } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ [s]} \\ \text{振動数: } f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]} \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{period} \\ \text{frequency} \end{array}$$

学習到達目標 (5) 単振動の運動方程式を解くことができる。

次回予定 [第11回目] 仕事 (教科書 66~68 ページまで)

レポート問題 第10回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

- ☆... 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことをまとめよ。(式も用いてよいが, 文章で)
- 問2 摩擦がない水平面上を, 質量 $m = 5.00$ [kg] の物体が, ばね定数 $k = 49.3$ [N/m] のばねによる弾性力を受けて運動する。ばねが自然長のときの物体の位置を原点 O とし, ばねが伸びる向きを x 軸の正とする。はじめに ($t = 0$ に) 物体を, 原点 O から, 6.28×10^{-2} [m/s] の速さで, x 軸の正の向きに打ち出した。その後の運動を求めよ。
- B... ① 図を描き, 物体に作用する力を作図せよ。合力 F_x を求め, x 軸方向について運動方程式を立てよ。(加速度を $a_x(t)$ とする。)
- B... ② ①の運動方程式から $a_x(t)$ を求め, さらに $x(t)$ の微分を用いた式で表せ。[教科書の式 (10.1)]
- A... ③ ⑧で求めるように, 振幅は $A = 0.02$ [m], 初期位相は $\alpha = -1.57$ [rad] となる。単振動を表す一般解 [教科書の式 (10.3)] から, 特解の式 $x(t)$ を求めよ。 ω は文字のまま残しておく。
- B... ④ ③の特解 $x(t)$ から速度 $v_x(t)$ を求めよ。
- B... ⑤ ④で求めた $v_x(t)$ から加速度 $a_x(t)$ を求めよ。
- B... ⑥ ⑤の結果と②を比較し, 角振動数 ω を質量 m とばね定数 k の式で表せ。 ω の単位も書け。
- A... ⑦ 角振動数 ω を数値で求めよ。また, 周期 T を数値で求めよ。
- B~ C... ⑧ 初期条件を書き, 一般解 $x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$, $v_x(t) = -\omega A \sin(\omega t + \alpha)$ と角振動数 ω の値を用いて, 振幅 A と初期位相 α を求めよ。
- B... ⑨ この運動を, 横軸 t , 縦軸 x のグラフで表せ (振幅 $A = 0.02$ [m], $\alpha = -1.57$ [rad])。電卓で計算して描け。 \cos の中身の単位は [rad] である。
- B... 問3 教科書 52 ページの演習問題 A (a) (b) を答えよ。

〆切を必ず守ること (☆マークの問題は必ずやる。)

解答用紙 (授業 曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

☆... 問 1

問 2 ①

①~⑥

は☆...

合力 $F_x =$ _____, 運動方程式:

②

③ 一般解 $x(t) =$ \Rightarrow 特解 $x(t) =$

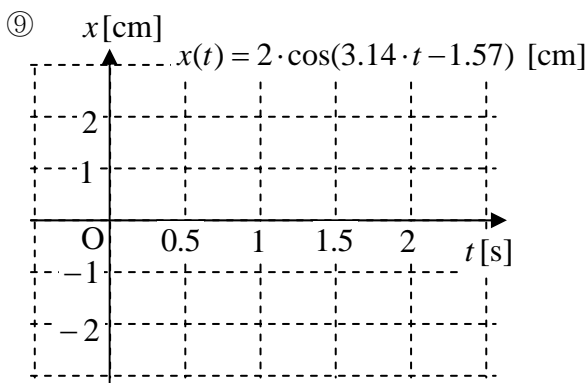
④ $v_x(t) =$

⑤ $a_x(t) =$

⑥ $\omega =$ []

⑦ $\omega =$ [], $T =$ []

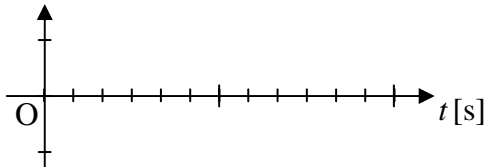
⑧ 初期条件:



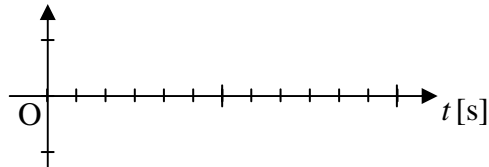
問 3 (a) a-1) $\theta(t) =$ [], a-1) $A =$ [m], a-3) $\omega =$ [],

a-4) $f =$ [], a-5) $T =$ []

(b) b-1) $x[\text{m}]$



b-2) $x[\text{m}]$



☆このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 I の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。