

[第7回目] 運動方程式を解く 1 : 力がゼロの場合 (自由運動)

『今日の授業の目標』 運動方程式を立てる, 解く, とはどういうことか

◎ 積分 (不定積分)

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \text{ のとき, } y = \int dy = \int f(x)dx = F(x) + C \text{ ただし, } \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

○ 力がゼロの場合の運動方程式とその解 [等速直線運動 (自由運動), 1次関数]

Step 1 合力を求める $F_x(t) = 0 \Rightarrow$ 運動方程式を立てる: $ma_x(t) = 0 \cdots ①$

\Rightarrow 加速度を求める: $a_x(t) = 0$

Step 2 $a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}$ の関係より, $\frac{dv_x(t)}{dt} = 0 \xrightarrow{\text{(積分)}} v_x(t) = \int 0 dt = C_1$

Step 3 $v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ の関係より, $\frac{dx(t)}{dt} = C_1 \xrightarrow{\text{(積分)}} x(t) = \int C_1 dt = C_1 t + C_2$

一般解: $x(t) = C_1 t + C_2, v_x(t) = C_1$ ※上の運動方程式①に従うすべての運動を表す。

(C_1, C_2 は任意定数で, 初期条件から決まる。)

Step 4

初期条件: $t=0$ のときの位置 (座標) と速度 \Rightarrow 任意定数を決定する。

初期条件として, $t=0$ の位置が x_0 , 速度が v_0 のとき ($x(0) = x_0, v_x(0) = v_0$)

特解: $x(t) = v_0 t + x_0, v_x(t) = v_0$ ※いま問題としている初期条件での運動を表す。

次回予定 [第8回目] 運動方程式を解く 2 A: 自由落下 (教科書 40~41 上段, 45~47 ページまで)

レポート問題 第7回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

☆… 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことをまとめよ。(式も用いてよいが, 文章で)
B… 問2 次の関数を積分 (不定積分) せよ。不定積分とは, 微分をすると, 問題に与えられた関数

となるような関数 (原始関数) を求めることである。積分定数 (任意定数) は C とし, 省略しないでかくこと。

$$① \frac{dy}{dx} = f(x) = x \quad ② \frac{dy(x)}{dx} = g(x) = \cos x \quad ③ \frac{dv(t)}{dt} = a(t) = 2t + 3$$

$$④ \frac{dx(t)}{dt} = v(t) = At^3 - Bt \quad , \text{ ただし } A, B \text{ は定数}$$

B… 問3 ☆① 教科書 38 ページの演習問題 A を答えよ。問題に添え字はないが, (e)(f)は y 成分 (y 方向) について考える。 $a_y(t), v_y(t), v_y(0)$ のように添え字をつけることとする。

ただし(f)は授業のやり方の step2 のみを, (g)は授業やり方の step3 とのみを行い, 任意定数を含んだ一般解を求ることとする。

② 問題文から読み取り, 初期条件を書け。

(Step4)

③ 設問(f)と(g)で求めた一般解と, 初期条件を用いて, 任意定数を決定せよ。また, 特解を書け。

B… ④ 加速度 $a_y(t)$ と, ③で求めた速度 $v_y(t)$, 座標 $y(t)$ の時間変化の様子をグラフで表せ。

=====

解答用紙 (授業 曜 限) 学籍番号 _____

氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

☆… 問 1

問 2 ① $y = \int f(x)dx = \int x dx =$

② $y(x) = \int g(x)dx =$

③ $v(t) =$

④

☆… 問 3 ① (a) a-1) $f_g =$ [] , a-2) 向き :

(b) b-1) $f_N =$ [] , b-2) 向き :

(c)

水平面 \xrightarrow{y}

(d)

(e) 運動方程式 : , 加速度 : $a_y(t) =$

(f)

\therefore 一般解は, ... (A)

(g)

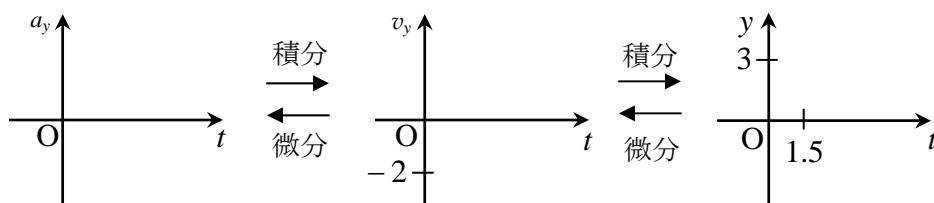
\therefore 一般解は, ... (B)

② 初期条件は, $y(0) =$... (D) と, $v_y(0) =$... (E)

③ 一般解 (A) から, $v_y(0) =$ と初期条件 (E) を用いて, $\therefore C_1 =$
一般解 (B) から, $y(0) =$ と初期条件 (D) を用いて, $\therefore C_2 =$

したがって特解は,

④



☆このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,
それ以外に力学 I の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。