

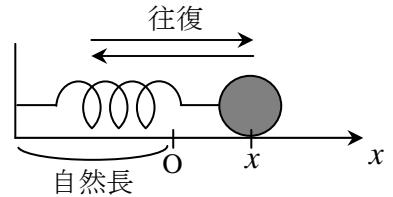
[第10回目] 運動方程式を解く3: 単振動

《今日の授業の目標》

◎ 弾性力が作用するときの運動方程式とその解

[三角関数, 単振動]

弾性力  $F_x(t) = -kx(t)$  ※  $x$  は自然長からの伸び



⇓ 立てる

(2階の微分方程式)

$$\text{運動方程式: } ma_x(t) = -kx(t) \rightarrow a_x(t) = -\frac{k}{m}x(t) \rightarrow \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$$

... ①

一般解:  $x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$  ※  $\cos$  の ( ) の中身の単位は [rad] (ラジアン)

: 単振動 simple harmonic oscillation

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \alpha) \quad (\leftarrow \text{座標 } x(t) \text{ を時間で微分して求める})$$

A: 振幅 [m] (任意定数) amplitude,  $\alpha$ : 初期位相 [rad] (任意定数)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} : \text{角振動数 [rad/s]}$$

( $\hookrightarrow$  速度  $v_x(t)$  をさらに時間で微分して  
加速度を求め, ①と比較する。)

$$\left[ \begin{array}{l} \text{周期: } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ [s]} \\ \text{振動数: } f = \frac{1}{T} \text{ [Hz]} \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{period} \\ \text{frequency} \end{array}$$

学習到達目標 (5) 単振動の運動方程式を解くことができる。

次回予定 [第11回目] 仕事 (教科書 66~68 ページまで)

\*\*\*\*\*  
レポート問題 第10回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

**数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!**

- ☆... 問1 本日の授業で学んだことで, 重要と思うことをまとめよ。(式も用いてよいが, 文章で)
- 問2 摩擦がない水平面上を, 質量  $m = 5.00$  [kg] の物体が, ばね定数  $k = 49.3$  [N/m] のばねによる弾性力を受けて運動する。ばねが自然長のときの物体の位置を原点 O とし, ばねが伸びる向きを  $x$  軸の正とする。はじめに ( $t = 0$  に) 物体を, 原点 O から,  $6.28 \times 10^{-2}$  [m/s] の速さで,  $x$  軸の正の向きに打ち出した。その後の運動を求めよ。
- B... ① 図を描き, 物体に作用する力を作図せよ。合力  $F_x$  を求め,  $x$  軸方向について運動方程式を立てよ。(加速度を  $a_x(t)$  とする。)
- B... ② ①の運動方程式から  $a_x(t)$  を求め, さらに  $x(t)$  の微分を用いた式で表せ。[教科書の式 (10.1)]
- A... ③ ⑧で求めるように, 振幅は  $A = 0.02$  [m], 初期位相は  $\alpha = -1.57$  [rad] となる。単振動を表す一般解 [教科書の式 (10.3)] から, 特解の式  $x(t)$  を求めよ。 $\omega$  は文字のまま残しておく。
- B... ④ ③の特解  $x(t)$  から速度  $v_x(t)$  を求めよ。
- B... ⑤ ④で求めた  $v_x(t)$  から加速度  $a_x(t)$  を求めよ。
- B... ⑥ ⑤の結果と②を比較し, 角振動数  $\omega$  を質量  $m$  とばね定数  $k$  の式で表せ。 $\omega$  の単位も書け。
- A... ⑦ 角振動数  $\omega$  を数値で求めよ。また, 周期  $T$  を数値で求めよ。
- B~ C... ⑧ 初期条件を書き, 一般解  $x(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$ ,  $v_x(t) = -\omega A \sin(\omega t + \alpha)$  と角振動数  $\omega$  の値を用いて, 振幅  $A$  と初期位相  $\alpha$  を求めよ。
- B... ⑨ この運動を, 横軸  $t$ , 縦軸  $x$  のグラフで表せ (振幅  $A = 0.02$  [m],  $\alpha = -1.57$  [rad])。電卓で計算して描け。 $\cos$  の中身の単位は [rad] である。
- B... 問3 教科書 52 ページの演習問題 A (a) (b) を答えよ。

べ切を必ず守ること (☆マークの問題は必ずやる。)

解答用紙 (授業 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

☆... 問 1

問 2 ①

①~⑥

は☆...

合力  $F_x =$  \_\_\_\_\_, 運動方程式:

②

③ 一般解  $x(t) =$    $\Rightarrow$  特解  $x(t) =$

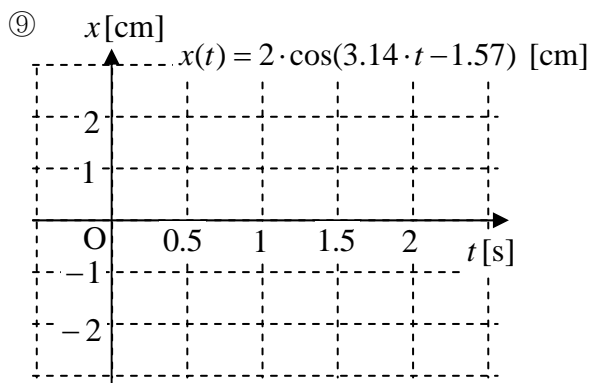
④  $v_x(t) =$

⑤  $a_x(t) =$

⑥  $\omega =$  [ ]

⑦  $\omega =$  [ ],  $T =$  [ ]

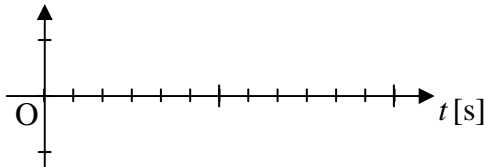
⑧ 初期条件:



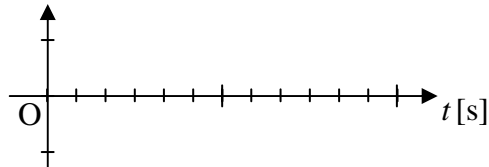
問 3 (a) a-1)  $\theta(t) =$  [ ], a-1)  $A =$  [ m ], a-3)  $\omega =$  [ ],

a-4)  $f =$  [ ], a-5)  $T =$  [ ]

(b) b-1)  $x[\text{m}]$



b-2)  $x[\text{m}]$



☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学 I の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。