

[第11回目] 抵抗力が作用するときの落下運動

今日の授業の目標 重力とともに**抵抗力**が働く場合の運動

気体や液体中を運動する物体に働く抵抗力 (空気抵抗など)

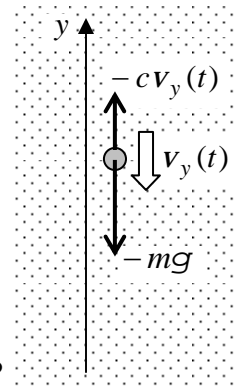
$$f_x(t) = -c v_y(t)$$

物体が運動している方向を x 軸とする。

運動を妨げるように運動方向 (速度) と逆向きに作用する。

抵抗力を受ける場合の落下運動の運動方程式とその解 [終端速度]

運動方程式: $ma_y(t) = -mg - c v_y(t)$ 鉛直上向きを y 軸とする



加速度: $a_y(t) = -g - \frac{c}{m} v_y(t)$ $\frac{d v_y(t)}{dt} = -\frac{c}{m} \left(v_y(t) + \frac{mg}{c} \right)$ ($b = \frac{c}{m}$ とおく)

$\frac{d}{dt} \left(v_y(t) + \frac{mg}{c} \right) = -b \left(v_y(t) + \frac{mg}{c} \right)$ $v_y(t) = -\frac{mg}{c} + A e^{-bt}$ ($\frac{d e^{ax}}{dx} = a \cdot e^{ax}$)

初期条件として, $t = 0$ の速度が $v_x(0) = v_0 = 0$ のとき,

解: $v_y(t) = -\frac{mg}{c} (1 - e^{-bt})$, 終端速度 $v_y(\infty) = -\frac{mg}{c}$

[$F_x(\infty) = mg - c v_y(\infty) = 0$ より等速度運動になる]

次回予定 [第12回目] 減衰振動 (教科書 157~159 ページまで)

レポート問題 第11回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 次の各問いに答えよ。

$f(x) = e^{-x}$ を微分せよ。 $x(t) = 2e^{-5t+4}$ を微分せよ。

$g(x) = e^{-3x}$ のグラフの $x = 0$ における接線の傾きを求めよ。 $e^3 \cdot e^{-4t}$ を e の形で表せ。

問2 $f(x) = e^{-x}$ のグラフを書け。

B... 問3 質量 $m = 2.0$ [kg] の物体が, 速度 $\vec{v}(t)$ に比例する空気抵抗を受けながら落下する。抵抗力の係数を $c = 0.50$ [N·s/m] とする。 $t = 0$ のとき静かに物体を放した。以下の問いに答えながら物体の運動を考えよ。

問題の状況を図に書け (物体, 力, 座標軸など)。鉛直上向きを y 軸の正の向きとする。

y 軸方向の運動方程式を立てよ。運動方程式から, 加速度 $a_y(t)$ を式で求めよ。

初め速度 $v_y(t)$ は増加するか減少するか。また速さ $|v_y(t)|$ は増加するか減少するか。

十分時間が経過した ($t \rightarrow \infty$) とき, 加速度 $a_x(\infty)$ はどうなるか。

十分時間が経過した ($t \rightarrow \infty$) ときの物体の速度 (終端速度) $v_y(\infty)$ を, 運動方程式から数値で求めよ。

$v_y(t) = -\frac{mg}{c} (1 - e^{-bt})$ が運動方程式の解であることを示せ。ただし $b = \frac{c}{m}$ である。

次回 7/7 (水) 第2回中間テスト 机の両端に座る

授業の初めの20分程度 (その後通常授業) 参照物なし 関数電卓 (ポケコン) 使用可
力のモーメント, 角運動量, 回転の運動方程式, 単振り子, 角運動量保存則

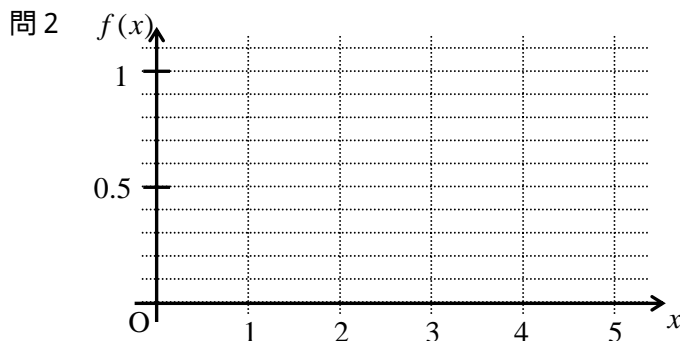
解答用紙 (授業 曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問 1 $\frac{df(x)}{dx} =$ $\frac{dx(t)}{dt} =$

$\frac{dg(x)}{dx} =$ だから、 $\left. \frac{dg(x)}{dx} \right|_{x=0} =$ 接線の傾きは

$e^3 \cdot e^{-4t} =$



問 3

運動方程式：

加速度：

初め $v_y(0) =$ _____ で、 $a_y(0) =$ _____ だから、速度 $v_y(t)$ は 減少・増加 する。

速度は負なので、速さ $|v_y(t)|$ は 減少・増加 する。

時間が経過すると加速度は増大し、十分に時間が経過 ($t \rightarrow \infty$) すると $a_y(\infty) =$ _____ になる。

したがって運動方程式より、十分に時間が経過すると、_____ = $-mg - cv_y(\infty)$ 。

$v_y(\infty) =$ _____ [_____]

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分、
それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。