

[第 10 回目] 角運動量保存則

今日の授業の目標 回転の運動方程式の応用

等速円運動 (半径 r , 角速度 ω , 速さ v)

速さ $v = r\omega$

向心力のモーメント $N = 0$

$$l = mr^2\omega = mr^2\dot{\theta} = \text{一定}$$

角運動量保存則

物体に働く力のモーメントが $\vec{N}(t) = 0$ ならば

$$\frac{dl(t)}{dt} = 0 \quad l(t) = \text{一定} \quad (\text{時間変化しない})$$

さらに一般的には,
 中心力(常に中心向きに働く性質をもつ力)
 万有引力, クーロン力など
 ・力のモーメント = 0
 ・中心力による運動は, 角運動量が一定

学習到達目標 (4) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [第 11 回目] 抵抗力が作用するときの落下運動 (教科書 208 ~ 210 ページまで)

レポート問題 第 10 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1 質量 m の小さなおもりを長さ R の糸で吊り下げた単振り子について次の問いに答えよ。

- A... 鉛直線からの振れ角を $\theta(t)$ として, 回転の運動方程式を立てよ。
- A... 振れ角が微小 ($\theta(t) \ll 1$ [rad]) であるとして, 振れ角 $\theta(t)$ の一般解を求めよ。
- B... この単振り子の角振動数 Ω を, 糸の長さ R と重力加速度の大きさ g を用いて表せ。
- B... 糸の長さが $R = 1.0$ [m] のとき, 角振動数 Ω , 周期 T , 振動数 f を数値で答えよ。
- B... の結果より角速度 $\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ を求めよ。
- C... の結果より向心力の大きさ $f_{\text{向}} = mR\omega^2(t)$ を求めよ。
- C... 向心力は糸の張力 $S(t)$ と重力の糸と平行な分力との和, $f_{\text{向}} = S(t) - mg \cos \theta(t)$ である。張力の大きさ $S(t)$ を式で求めよ。

問 2 月は地球の周りを約 28 日かけて 1 周 (2π [rad] 回転) する。(月の公転という。)

- A... 月の公転周期を 28 日として, 公転する角速度の大きさ ω を数値で求めよ。(単位は [rad/s])
- A... 月の公転を半径 $r = 380000$ [km] の円運動とみなしたとき, 月の速さ v を数値で求めよ。
- A... 月を質量 $m = 7.35 \times 10^{22}$ [kg] の粒子と考えたとき, 月の運動量の大きさ p を数値で求めよ。
- B... 月の公転の角運動量の大きさ l を数値で求めよ。

問 3 角運動量保存則とはどのような法則か。内容を説明せよ。

問 4 長さ a の糸で結ばれ, 中心 O の周りを速さ v_1 で等速円運動している質量 m の粒子がある。

- B... 中心 O から糸を引き寄せ, 長さを $a/2$ とした。このときの質点の速さ v_2 を v_1 で表せ。
- B... 半径が $a/2$ となったときの粒子の運動エネルギー K_2 は K_1 の何倍か。糸を引き寄せる力がした仕事 W を, K_1 を用いて表せ。

C... 問 5 惑星 A が太陽 O のまわりを楕円運動する。太陽から最も遠い距離を r_1 , 最も近い距離を r_2 とする。

太陽 O のまわりでの万有引力のモーメント $\vec{N}(t)$ を求めよ。また, 太陽 O のまわりでの惑星 A の角運動量 $\vec{l}(t)$ は一定か?

太陽から最も遠い位置での速さを v_1 , 最も近い位置での速さを v_2 とする。距離の比が $r_1/r_2 = 2$ のとき, 速さの比 v_1/v_2 を求めよ。

✓切を必ず守ること

解答用紙(授業 曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！
問 1

$$\Omega = \quad [\quad], T = \quad [\quad], f = \quad [\quad]$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} = \quad \quad \quad f_{\text{向}} = mR\omega^2(t) =$$

$$S(t) = f_{\text{向}} + mg \cos \theta(t) =$$

問 2 $\omega =$ []

$v =$ []

$p =$ []

$l =$ []

問 3

問 4

問 5 万有引力は中心向き $\vec{r}(t) \parallel \vec{F}(t)$ だから, $\vec{N}(t) =$

したがって, $\vec{l}(t)$ は 一定である・一定にはならない。

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。