

[第3回目] ガウスの法則

《今日の授業の目標》

◎ 「静電場に関するガウスの法則」の意味を理解する

・ 電気力線を作図して電場の求める方法の一般的表現

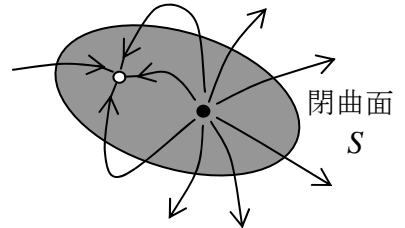
$\vec{E}$ の求め方 (2)  $1 \text{ [m}^2\text{]}$  あたりを通り抜ける電気力線の数から求める。

$$E = \frac{\Phi_E}{S}$$

☆ ある閉曲面  $S$  で囲まれた領域を考える

$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon}$$

電気力線が入ってくるときは、マイナスの数が出て行ったと考える



静電場に関するガウスの法則

(電磁気学の第1の基本法則)

閉曲面  $S$  を通って出ていく電気力線の数  $\Phi_E$  [本]

$$= (\text{閉曲面 } S \text{ の内部に囲まれた電気量 } Q_{\text{in}}) / \epsilon$$

$$\text{真空の誘電率 } \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = 8.85 \times 10^{-12} \text{ [C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

- ・ 電荷がない場所では、電気力線は増えたり減ったりしない。
- ・ 電荷がある場所では、電気力線が湧き出す ( $Q > 0$ ) か、吸い込まれる ( $Q < 0$ )

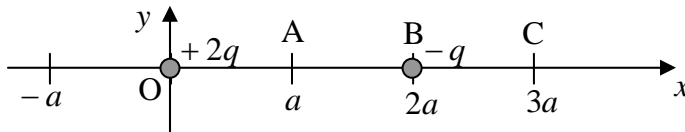
次回予定 [第4回目] 電位1 (教科書 111 ページ上段まで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第3回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること!

B... 問1 教科書 96 ページの演習問題 B.22 の⑦を答えよ。



A ~ B... 問2 教科書 103 ページの演習問題 A.23 の①②③④⑤を答えよ。

問3 原点  $O$  に負の点電荷  $-Q$  [C] を置く。点電荷から距離  $r$  [m] 離れた位置に生じる電場の強さ  $E(r)$  [N/C] を、ガウスの法則 (電気力線の方法) を用いて次の手順で求めよ。

B... ① ガウスの法則を用いるための閉曲面  $S$  として、どのような曲面をとればよいか。

A... ② 閉曲面  $S$  の面積  $S$  [m<sup>2</sup>] を式で表せ。

B... ③ 閉曲面  $S$  から出て行く電気力線の数  $\Phi_E$  を、 $E(r)$  を用いた式で表せ。

A... ④ 閉曲面  $S$  によって内部に囲まれている電気量を書け。

B... ⑤ ガウスの法則を用いて、電場の強さが  $E(r) = k \cdot \frac{Q}{r^2}$  となることを示せ。

✓切を必ず守ること

解答用紙 (授業 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること！

問1 ⑦a) 点A:  $E_O =$  \_\_\_\_\_ , 向き \_\_\_\_\_ ;  $E_B =$  \_\_\_\_\_ , 向き,合成した電場  $E =$  \_\_\_\_\_ , 向きb) 点C:  $E'_O =$  \_\_\_\_\_ , 向き \_\_\_\_\_ ;  $E'_B =$  \_\_\_\_\_ , 向き,合成した電場  $E' =$  \_\_\_\_\_ , 向きc)  $F =$  \_\_\_\_\_ , 向き問2 ①  $\varepsilon_0 =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

② 1 [cm] = \_\_\_\_\_ , 1 [mm] = \_\_\_\_\_ , 1 [km] = \_\_\_\_\_

1 [cm<sup>2</sup>] = \_\_\_\_\_ , 1 [mm<sup>3</sup>] = \_\_\_\_\_③  $\Phi_1 =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ] $\Phi_2 =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]④  $\Phi_1 =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ] $\Phi_2 =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]⑤a) 電気力線を描け b)  $E =$ 

+ + + + + +

- - - - - -

c)  $F =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]問3 ① \_\_\_\_\_ ② 面積  $S =$  \_\_\_\_\_③  $\Phi_E =$  \_\_\_\_\_ ④ 囲まれた電気量 = \_\_\_\_\_

⑤ \_\_\_\_\_

 $E(r) =$ 

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,  
 それ以外に、この講義の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。

解答例

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつけること！

問1 ⑦a) 点A:  $E_O =$  \_\_\_\_\_ , 向き \_\_\_\_\_ ;  $E_B =$  \_\_\_\_\_ , 向き,

合成した電場  $E =$  教科書の解答を参照 , 向き

b) 点C:  $E'_O =$  \_\_\_\_\_ , 向き \_\_\_\_\_ ;  $E'_B =$  \_\_\_\_\_ , 向き,

合成した電場  $E' =$  絶対値を取る前の、 $E$ の符号は、源となる電荷に遠ざかるか(+)、近づくか(-)を表す。 $x$ 軸の正負の向きではない。 向き

c)  $F =$  \_\_\_\_\_ 向き

問2 ①  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = \frac{1}{4\pi \times 8.99 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2]} = 8.85 \times 10^{-12} [\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2]$

② 1 [cm] = \_\_\_\_\_ , 1 [mm] = \_\_\_\_\_ , 1 [km] = \_\_\_\_\_

1 [cm<sup>2</sup>] = \_\_\_\_\_ , 1 [mm<sup>3</sup>] = \_\_\_\_\_

③  $\Phi_1 =$  教科書の解答を参照 [ \_\_\_\_\_ ]

$\Phi_2 =$  [ \_\_\_\_\_ ]

④  $\Phi_1 =$  [ \_\_\_\_\_ ]

$\Phi_2 =$  [ \_\_\_\_\_ ]

⑤a) 電気力線を描け b)  $E =$



c)  $F =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

問3 ① 原点 O (点電荷) を中心とする半径  $r$  の球面 ② 面積  $S = 4\pi r^2$

③  $\Phi_E = -E(r) \cdot S = -E(r) \cdot 4\pi r^2$  ④ 囲まれた電気量 =  $-Q$   
(↑ 電気力線は外から入ってくるから)

⑤  $\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\epsilon} \Rightarrow -E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{-Q}{\epsilon}$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{Q}{\epsilon} = \frac{1}{4\pi \epsilon} \frac{Q}{r^2} = k \frac{Q}{r^2} \left( = \left| k \frac{-Q}{r^2} \right| \right)$$

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に、この講義の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。

解答例  
数値で

絶対値を取る前の、 $E$ の符号は、源となる電荷に遠ざかるか(+), 近づくか(-)を表す。 $x$ 軸の正負の向きではない。

問1 ⑦a) 点A:  $E_O = \left| k \frac{2q}{a^2} \right| = 2 \frac{kq}{a^2}$ , 向き  $\rightarrow$ ;  $E_B = \left| k \frac{(-q)}{a^2} \right| = \frac{kq}{a^2}$ , 向き,  $\rightarrow$

合成した電場  $E = \left| 2 \frac{kq}{a^2} + \frac{kq}{a^2} \right| = 3 \frac{kq}{a^2}$ , 向き  $\rightarrow$

b) 点C:  $E'_O = \left| k \frac{2q}{(3a)^2} \right| = \frac{2}{9} \frac{kq}{a^2}$ , 向き  $\rightarrow$ ;  $E'_B = \left| k \frac{(-q)}{a^2} \right| = \frac{kq}{a^2}$ , 向き,  $\leftarrow$

合成した電場  $E' = \left| \frac{2}{9} \frac{kq}{a^2} - \frac{kq}{a^2} \right| = \frac{7}{9} \frac{kq}{a^2}$ , 向き  $\leftarrow$

c)  $F = qE' = q \cdot \frac{7}{9} \frac{kq}{a^2} = \frac{7}{9} \frac{kq^2}{a^2}$ , 向き  $\leftarrow$

問2 ①  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0} = \frac{1}{4\pi \times 8.99 \times 10^9 [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2]} = 8.85 \times 10^{-12} \quad [\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2]$

② 1 [cm] =  $10^{-2}$  [m], 1 [mm] =  $10^{-3}$  [m], 1 [km] =  $10^3$  [m]

1 [cm<sup>2</sup>] = (1[cm])<sup>2</sup> = (10<sup>-2</sup> [m])<sup>2</sup> = 10<sup>-4</sup> [m<sup>2</sup>], 1 [mm<sup>3</sup>] = (1[mm])<sup>3</sup> = (10<sup>-3</sup> [m])<sup>3</sup> = 10<sup>-9</sup> [m<sup>3</sup>]

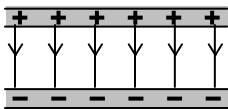
③  $\Phi_1 = ES_1 = 6.0 [\text{N/C}] \times 4.0 \times 10^{-4} [\text{m}^2] = 2.4 \times 10^{-3} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}]$

$\Phi_2 = 0$  (電気力線が面に平行で貫かない)  $[\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}]$

④  $\Phi_1 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{+3.0 [\text{C}]}{8.85 \times 10^{-12} [\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2]} = 3.4 \times 10^{11} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}]$

$\Phi_2 = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{-4.0 [\text{C}]}{8.85 \times 10^{-12} [\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2]} = -4.5 \times 10^{11} \quad [\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}]$

⑤a) 電気力線を描け      b)  $E = \frac{Q}{\epsilon S}$



$$= \frac{0.24 [\text{C}]}{8.85 \times 10^{-12} [\text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2] \times 400 \times 10^{-4} [\text{m}^2]} = 6.8 \times 10^{11} [\text{N/C}]$$

c)  $F = qE = 5.0 \times 10^{-8} [\text{C}] \times 6.8 \times 10^{11} [\text{N/C}] = 3.4 \times 10^4 [\text{N}]$  ≡

問3 ① 原点 O (点電荷) を中心とする半径  $r$  の球面      ② 面積  $S = 4\pi r^2$

③  $\Phi_E = -E(r) \cdot S = -E(r) \cdot 4\pi r^2$       ④ 囲まれた電気量 =  $-Q$   
(↑ 電気力線は外から入ってくるから)

⑤  $\Phi_E = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon} \quad \Rightarrow \quad -E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{-Q}{\epsilon}$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{Q}{\epsilon} = \frac{1}{4\pi \epsilon} \frac{Q}{r^2} = k \frac{Q}{r^2} \quad \left( = \left| k \frac{-Q}{r^2} \right| \right)$$

☆このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に、この講義の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。