

[第12回目] 位置エネルギー (Potential Energy)

今日の授業の目標 「仕事をする可能性」としてのエネルギー = 「位置エネルギー」

重力 $\vec{F} = m\vec{g}$ の位置エネルギー

$$U_{\text{重}}(y) = mgy$$
 : 基準点 $y = 0$ から高さ y まで持ち上げるあいだに、重力に逆らって働く外力 \vec{f} ($= -m\vec{g}$) がする仕事

$$\left[U(y) = W_{\text{外力}, 0 \rightarrow y} = \int_0^y (-m\vec{g}) \cdot d\vec{s} = \int_0^y m\vec{g} \cdot d\vec{y} = \int_0^y (-mg) \cdot dy = W_{\text{重力}, y \rightarrow 0} \right]$$

弾性力 $F_x = -kx$ の位置エネルギー

$$U_{\text{弾}}(x) = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\left[U(x_A) = W_{\text{外力}, 0 \rightarrow x_A} = \int_0^{x_A} (-F_x) \cdot dx = \int_0^{x_A} kx \cdot dx \right]$$

万有引力 $f(r) = -G \frac{mM}{r^2}$ の位置エネルギー

$$U_{\text{万有}}(r) = -G \frac{mM}{r}$$

$$\left[\frac{dF(x)}{dx} = f(x) \text{ のとき, 定積分: } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \right]$$

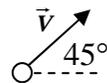
基準点 = 無限遠 (万有引力が無視できるくらいの十分遠方)

学習到達目標 (7) 力学的エネルギー保存則の意味がわかる。

次回予定 [第13回目] 力学的エネルギー保存則 (教科書 78~85 ページまで)

レポート問題 第12回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!



【期末】問1 質量 $m = 50$ [g] のボールが、水平からの 45° の角度をなして速さ $v = 216$ [km/h] で飛んでいる。ボールの運動エネルギー K を数値で求めよ。

【期末】A... 床からの高さ 1.0 [m] の棚に置いてあった質量 $m = 10$ [kg] の米袋が真下に落下した。床までの距離 $s = 1.0$ [m] 落ちるあいだに重力がした仕事 W を数値で求めよ。また床に衝突する直前の米袋の運動エネルギー K を、運動エネルギーと仕事の関係をつかって数値で求めよ。

B... 質量 M [kg] の物体が、傾斜角 α の粗い斜面を s [m] 滑り降りた。動摩擦係数を μ' とし、重力、摩擦力、垂直抗力がしたそれぞれの仕事 $W_{\text{重}}$, $W_{\text{ま}}$, $W_{\text{垂}}$ を式で表せ。また、滑り降りる間に、速さが v_1 から v_2 になった。運動エネルギーと仕事の関係式を書け。

B ~ C... 問2 次の各計算をせよ。

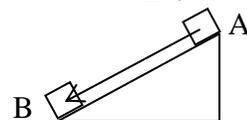
$A = |\vec{A}| = 7$, $B = |\vec{B}| = 6$, \vec{A} と \vec{B} がなす角 $\theta = 120^\circ (= 2\pi/3 [\text{rad}])$ のとき、内積 $\vec{A} \cdot \vec{B}$ 。

成分表示で $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (5, -4)$ のとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 。

a) $f(x) = 5$ のとき、定積分 $\int_4^{10} f(x) dx$ 。 b) $g(x) = 3x$ のとき、定積分 $\int_2^6 g(x) dx$ 。

B... 問3 質量 $m = 10$ [kg] の物体を床から持ち上げて、高さ $y = 1.0$ [m] の棚に置いた。この物体の重力の位置エネルギー U を数値で求めよ。床の高さを位置エネルギーの基準とする。

B... 水平からの傾斜角 30° の斜面を、質量 $m = 2.0$ [kg] の物体が、斜面に沿って A 点から B 点まで 10 [m] 滑り降りたとき、重力の位置エネルギーの変化 $\Delta U = U_B - U_A$ を数値で求めよ。



【期末】A... 問4 ばね定数 $k = 100$ [N/m] のばねに物体を取り付けて $x = 0.50$ [m] だけ伸ばした。このときの弾性力の位置エネルギー $U_{\text{弾}}$ を数値で求めよ。

B... ばね定数 $k = 400$ [N/m] のばねを 0.30 [m] 縮めるために必要な仕事 W はどれだけか。

【期末】B... ばね定数 $k = 10$ [N/m] のばねに物体を取り付けて、 $x_1 = 0.20$ [m] の位置から $x_2 = 0.40$ [m] の位置まで伸ばした。弾性力の位置エネルギーの変化 ΔU を数値で求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問 1

$$\text{質量 } m = 50[\text{g}] = \quad [\text{kg}], \text{ 速度 } v = 216[\text{km/h}] = 216 \times \frac{[\text{m}]}{[\text{s}]} = \quad [\text{m/s}]$$

$$\text{運動エネルギー } K = \quad [\quad]$$

$$\text{仕事 } W = \quad [\quad]$$

落ち始め直後の速さはゼロ。衝突直前の速さを v とおけば、運動エネルギーと仕事の関係は、

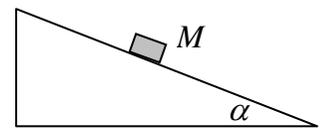
$$K = \quad [\quad]$$

$$W_{\text{重}} =$$

$$W_{\text{ま}} =$$

$$W_{\text{垂}} =$$

運動エネルギーと仕事の関係式は、



$$f_{\text{ま}} = \mu f_{\text{N}},$$

$$\text{問 2 } \vec{A} \cdot \vec{B} =$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} =$$

$$\text{a) } \int_4^{10} f(x) dx =$$

$$\text{ヒント: } \frac{d(5x)}{dx} = 5$$

$$\text{b) } \int_2^6 g(x) dx =$$

$$\text{ヒント: } \frac{d}{dx} \left(\frac{3}{2} x^2 \right) = 3x$$

$$\text{問 3 } U = \quad [\quad]$$

$$\Delta U = U_B - U_A = \quad [\quad]$$

$$\text{問 4 } U = \quad [\quad]$$

$$W = \quad [\quad]$$

$$\Delta U = U(x_2) - U(x_1) = \quad [\quad]$$

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分、

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。