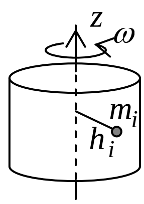
［第９回目］剛体のつりあい

≪今日の授業の目標≫　　　　　　　　（↓回転軸を z 軸とする。）

◎ 慣性モーメント I' ⇒ 全角運動量　$L'_z(t) = I' \cdot \omega(t)$ （ただし球や円板のような形の場合）

$$\boxed{I' = \sum_{i=1}^{n} m_i h_i{}^2} = \sum_{i=1}^{n} m_i (x_i{}^2 + y_i{}^2) = \int \mathrm{d}m \cdot (x^2 + y^2) \quad [\mathrm{kg \cdot m^2}]$$



○ 剛体の運動エネルギー ＝ 回転運動のエネルギー ＋ 重心運動のエネルギー

$$K = \frac{1}{2} I' \omega^2 + \frac{1}{2} M V^2$$

◎　剛体のつり合いの条件（物体が動かない ＝ 重心が動かない ＋ 回転しない）

$$\boxed{\vec{F}_{\mathrm{tot}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = 0 \quad \text{と} \quad \vec{N}_{\mathrm{tot}} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \cdots + \vec{N}_n = 0}$$

※ 力のモーメントはどこを原点としてもよい

◎　物体に働く重力 ⇒ 重心の位置 $\vec{R}$ に $\boxed{\vec{F}_{\text{重力}} = M\vec{g}, \quad \vec{N}_{\text{重力}} = \vec{R} \times M\vec{g}}$

学習到達目標 (4) 回転の運動方程式と**慣性モーメントの意味を理解できる。**

次回予定［第１０回目］固定軸のまわりでの剛体の回転運動（教科書 140～142 ページまで）

＊＊

レポート問題　第９回目（右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい）

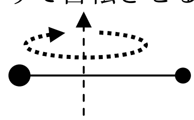
数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問１　重心 G を通る自転軸（z 軸）のまわりの剛体の回転運動について考える。剛体は z 軸に対して回転対称な形をしているとする。

A… ①　z 軸のまわりでの角運動量 $L'_{\mathrm{tot}}(t)$ を慣性モーメント I' と角速度 $\omega(t)$ を用いて表せ。

B… ②　力のモーメント $N'_z(t)$ が作用しているとき，z 軸のまわりの剛体の回転の運動方程式を，角速度 $\omega(t)$ を用いた式で書け。慣性モーメント I' は何を表しているか。

B… 問２　$m_1 = 3.0$［kg］の粒子 A と $m_2 = 2.0$［kg］の粒子 B を長さ 0.50［m］の軽い棒でつないだバトンがある。このバトンを水平に保ち，重心を通る鉛直軸（z 軸）のまわりで自転させる。



① 粒子 A と粒子 B の重心からの距離 h_{A} と h_{B} をそれぞれ数値で求めよ。

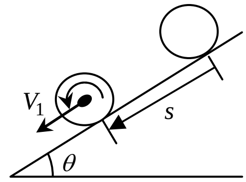
② このバトンの z 軸のまわりで慣性モーメント I' を数値で求めよ。

③ 重心のまわりでの重力のモーメントの和 N' がゼロになることを示せ。

B… 問３　スケート選手が真直ぐに立ち，腕を広げた状態で，一定の角速度 ω_1 でスピン（自転）していた。そのままの姿勢で選手が腕を体に密着させると慣性モーメント I' が 1/2 になった。摩擦や空気抵抗は無視できる。重心は自転軸（z 軸）上にあり，移動しないとして考えよ。

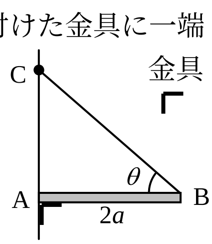
① スケーターの自転の角運動量 $L'_z(t)$ について保存則は成り立つか（$L'_z(t)$ は一定か)。

② スケーターの角速度は何倍になったか。



B～C… 問４　半径 R で質量 M の球（$I' = (2/5)MR^2$）を，傾斜角 θ の斜面に初速 $V_0 = 0$ で静かに置いた。斜面を s［m］滑らずに転がった後の球の速度 V_1 を，力学的エネルギー保存則から求めよ。滑らずに転がるとき，重心のまわりの角速度 $\omega(t)$ と速度 $V(t)$ には $V(t) = R \cdot \omega(t)$ の関係がある。

B… 問５　一様で平らな板（幅 $2a$，質量 M）を，鉛直で滑らかな壁上の点 A に付けた金具に一端をのせ，他端 B に軽い糸を結び点 C から引っ張り，棚をつる。壁と板は垂直，$\angle\mathrm{CBA} = 30°$ である。剛体のつりあい条件から，糸の張力 S，壁からの垂直抗力 F_1，金具からの垂直抗力 F_2 を M，g で表せ。



解答用紙　（　　曜　　限）学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

数値で計算する問題は，答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問１① $L'_{\mathrm{tot}}(t) =$　　　②　　　　　　　，慣性モーメントは＿＿＿＿＿＿＿を表す。

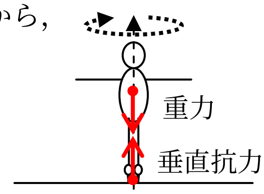
問２①　　　　　　　　　　　　　$\therefore h_{\mathrm{A}} =$　　　［　　］，$h_{\mathrm{B}} =$　　　［　　］

② $I' =$　　　　　　　　　　　　　　　　　　［　　］

③ $N' =$

問３①　重心のまわりでの外力のモーメントは＿＿＿＿と考えられるから，

角運動量 $L'_{\mathrm{tot}}(t)$ は＿＿＿＿＿＿＿＿＿。



② $L'_{\mathrm{tot}}(t) =$　　　　　　と表せるから，$I'_2 = I'_1/2$ になると，

変化後の角速度 ω_2 は，　　　　　　　　　　$\therefore \omega_2/\omega_1 =$＿＿＿＿倍

問４　回転運動も含めた剛体の運動エネルギー K は，M，V，I'，ω を用いて

$K =$

とあらわされる。これに $V = R\cdot\omega$ の関係を用いて整理し，K を M，V のみで表せば，

$K =$

となる。この K の式と，重力による位置エネルギー $U =$　　　　　を用いて，s［m］滑り降りた位置を高さの基準（$h=0$）として，力学的エネルギー保存則の式を立てる。

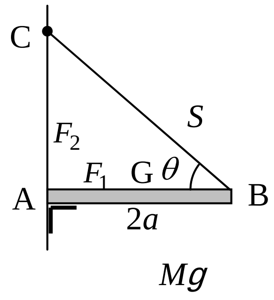
$\therefore V_1 =$

（回転しないで滑り降りた場合と比較してみよ。）

問５　水平方向：　　　　　　　　　　…①

垂直方向：　　　　　　　　　　…②

A のまわりで：　　　　　　　　　…③



③より　　　　　　　$S =$

①に代入して　　　　$F_1 =$

②に代入して　　　　$F_2 =$

☆このレポートをやるのに ＿＿＿時間＿＿＿分，

それ以外に力学Ⅱの予習復習を ＿＿＿時間＿＿＿分した。