

[第7回目] 多粒子系(質点系)の回転

考える内容 多粒子系の運動 (重心の運動) + (重心の周りの相対運動)

今日の授業の目標 原点のまわりでの回転運動

回転の運動方程式: 
$$\frac{d\vec{L}_{\text{tot}}(t)}{dt} = \vec{N}_{\text{tot}}(t) \quad \left( \text{全角運動量: } \vec{L}_{\text{tot}}(t) = \vec{l}_1(t) + \dots + \vec{l}_N(t) \right)$$

角運動量保存則: 
$$\vec{N}_{\text{tot}}(t) = 0 \text{ のとき } \vec{L}_{\text{tot}} = \text{一定} \quad (\text{例: 外力が中心力})$$

学習到達目標(5) 回転の運動方程式と慣性モーメントの意味を理解できる。

次回予定 [第8回目] 剛体の運動方程式 (教科書 132~134 ページ)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第7回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!  
(重心運動について)

B... 問1 質量が  $m_1$  と  $m_2$  の2つの粒子を, 長さ  $L$  の軽い棒でつないでバトンを作る。そのバトンを, 回転を与えながら投げつけた。水平面内に  $x$  軸と  $y$  軸, 鉛直上向きに  $z$  軸をとる。

バトンの重心の座標を  $(X(t), Y(t), Z(t))$  とするとき, 重心の運動方程式を立てよ。

バトンの重心はどのような運動をするか。(運動の名前を答えればよい。)

B... 問2 右の図のように, 1辺  $4.0$  [m] の正方形 A と1辺  $2.0$  [m] の正方形 B のような2枚の板が置いてある。同じ材質でできており,  $1$  [m<sup>2</sup>] あたり  $0.50$  [kg] である ( $0.50$  [kg/m<sup>2</sup>])。

板 A および板 B の重心の座標をそれぞれ求めよ。

2つの板を一体と見なしたときの重心の座標を求めよ。

B... 問3 ある物体(多粒子系)が初め静止している場合 ( $\vec{V}(0) = 0$ ), 内力のみが働き, 全外力がゼロならば, 重心の位置は移動しない  $X(t) = \text{一定} (= X(0))$  であることを示せ。

C... 滑らかな水平面上に置かれた質量  $M$  で長さ  $L$  の棒の上を, 質量  $m$  の人間が, 左端から右端まで静かに移動すると, 棒は左側に  $b$  だけ移動する。の結論を用いて, 棒の移動量  $b$  を求めよ。

(原点のまわりの回転運動について)

A... 問4 原点  $O$  のまわりでの  $N$  粒子系の回転の運動方程式を, 全角運動量  $\vec{L}_{\text{tot}}(t)$  と外力のモーメントの和  $\vec{N}_{\text{tot}}(t)$  を用いて書け。

B...  $N$  粒子系に働く外力のモーメントの和  $\vec{N}_{\text{tot}}(t)$  がゼロのとき, 時間変化せず一定となる量は何か。

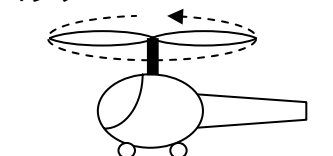
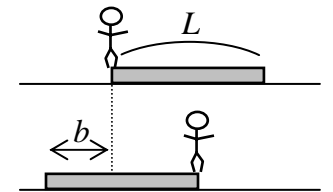
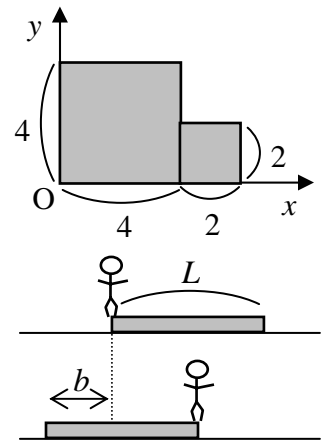
問5 滑らかな水平面上に, プロペラ(羽根)が回転していないヘリコプターが静止している。(簡単にするため空気は無視して考える。)

B... プロペラが回転せず静止しているときのヘリコプターの全角運動量  $\vec{L}_{\text{tot}}$  を求めよ。

B... ある時刻にプロペラが上からみて反時計回りに回転を始めた。

プロペラの角運動量ベクトル  $\vec{l}_B$  の向きを右の図に示せ。(ヒント: 右ねじ)

C... プロペラ軸上にとった原点  $O$  のまわりでの, ヘリコプターに働く外力のモーメントの和はゼロである。角運動量保存則を用いて, 本体の角運動量  $\vec{l}_A$  を  $\vec{l}_B$  で表せ。本体は上から見てどちら回りに回転するか。(外力は重力と垂直抗力, 摩擦力や空気抵抗はない。)



解答用紙 ( 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！  
問 1

$x$  成分の式：

$y$  成分の式：

$z$  成分の式：

問 2 板 A の重心  $(x_A, y_A) = ( \quad , \quad )$ , 板 B の重心  $(x_B, y_B) = ( \quad , \quad )$

全体の重心  $X = \quad , Y = \quad$

問 3 外力の和がゼロの場合は、1 個の粒子と同様に、重心は \_\_\_\_\_ しつづけるか、  
\_\_\_\_\_ 運動をつづける。初め静止しているので、重心の位置は \_\_\_\_\_

初めの棒位置の左端を原点として、人間の移動前と移動後で重心の位置  $X_G$  が移動しないと  
いう式をつくると、

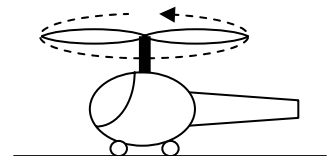
$$b =$$

問 4 回転の運動方程式：

問 5  $\vec{L}_{\text{tot}} =$

$\vec{l}_A =$

上から見て \_\_\_\_\_ 回り



このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分、  
それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。