

[第6回目] 重心の運動

今日の授業の目標 粒子 (大きさを無視) 大きさのある現実の物体 (粒子の集まり) へ多粒子系 (N 個の粒子) 力を及ぼし合いつつ運動する N 個の粒子

重心 (質量中心):
$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$
 (2 粒子の場合)

重心の運動方程式:
$$M \frac{d^2 \vec{R}(t)}{dt^2} = \vec{F}_{\text{tot}}(t)$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{全外力 } \vec{F}_{\text{tot}}(t) \text{ のみ (内力は効かない)} \\ \text{全質量: } M = m_1 + m_2 + \dots + m_N \end{array} \right]$$

運動量保存則:
$$\vec{F}_{\text{tot}} = 0 \text{ のとき } \vec{P}_{\text{tot}} = M\vec{V} = \text{一定}$$

$$\left[\vec{V} : \text{重心の速度} \right]$$

学習到達目標 (3) 重心の定義とその運動方程式の意味を理解できる。

次回予定 [第7回目] 多粒子系 (質点系) の回転 1 (教科書 119 ~ 121 ページ)

レポート問題 第6回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

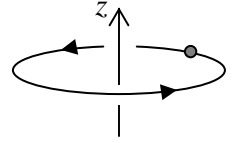
数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

- 問 1 水平面に置かれた半径 $R = 0.50$ [m] の円形のレール上を、質量 $m = 10$ [kg] の粒子が、上から見て反時計回りの円運動をしている。この粒子にはレールに沿って大きさ $F_0 = \pi$ [N] の摩擦力が働いている。 $t = 0$ のときに、粒子の回転角が $\phi(0) = 0$ [rad]、角速度が $\omega(0) = 100\pi$ [rad/s] であった。鉛直上向きを z 軸の正の向きとする。
- B... 摩擦力のモーメントの z 成分 $N_z(t)$ を R と F_0 を用いた式で表せ。(符号に注意)
- B... 粒子の回転の運動方程式を、 m 、 R 、 $\omega(t)$ 、 F_0 で表せ。
- B... 角速度 $\omega(t)$ の特解を求めよ。 B... 回転角 $\phi(t)$ の特解を求めよ。
- C... 回転が止まる ($\omega(t_{\text{stop}}) = 0$) までに、粒子は何回転するか。
- B... 問 2 質量 2.5 [kg] の粒子を、長さ 2.0 [m] の軽い針金で吊るした単振り子の運動を考える。振れ角 $\theta(t)$ 、力のモーメント $\vec{N}(t)$ と角運動量 $\vec{l}(t)$ の z 成分は反時計回りが正である。重力のモーメントと張力のモーメントの z 成分 $N_z^{\text{重}}(t)$ 、 $N_z^{\text{張}}(t)$ を、それぞれ式で表せ。角運動量 $l_z(t)$ を用いた式で、回転の運動方程式を立てよ。 $\theta(t)$ が小さいとき、どうなるか。角運動量 $l_z(t)$ を、角速度 $\omega(t)$ を用いた式で表せ。さらに振れ角 $\theta(t)$ を用いた式で表せ。振幅が小さいとき、振り子の角振動数 Ω 、振動数 f 、周期 T をそれぞれ求めよ。
- B... 問 3 長さ 5 [m] の軽い棒がある。左の端 $x_1 = 0$ [m] に $m_1 = 2.0$ [kg] のおもりを、右の端 $x_2 = 5.0$ [m] に $m_2 = 3.0$ [kg] のおもりを取りつけた。重心 G の座標 X を数値で求めよ。
- B... $m_1 = 2.0$ [kg] と $m_2 = 3.0$ [kg] の 2 つの粒子が平面内を運動している。質点 m_1 と m_2 の平面内の座標が、それぞれ $\vec{r}_1 = (x_1, y_1) = (1.0, 2.0)$ と $\vec{r}_2 = (x_2, y_2) = (4.0, 6.0)$ であるとき、重心 G の座標 $\vec{R} = (X, Y)$ を数値で求めよ。(m_1 と m_2 を結ぶ線分 AB の重心 G の位置は、の答えと同じ関係になっていることを、図を書いて確認せよ。)
- C... 長さ $L = 6.0$ [m] で質量 $m_1 = 4.0$ [kg] の一様な棒に、棒の左端から $x_2 = 5.0$ [m] の位置に $m_2 = 6.0$ [kg] の小さなおもりを取り付けた。おもり付きの棒の重心位置 X を、棒の左端を原点 O として数値で求めよ。(一様な棒の重心の位置は棒の midpoint である。)
- B... 問 4 質量が m_1 と m_2 の 2 つの粒子からなる、2 体系の重心運動について
 重心の運動方程式に、粒子同士間に働く力 (内力 $\vec{f}_{1 \leftarrow 2}(t)$ 、 $\vec{f}_{2 \leftarrow 1}(t)$) が現れない理由を書け。
 全外力を $\vec{F}_{\text{tot}}(t)$ として重心の運動方程式を書き、外力が働いていないか全外力がゼロ ($\vec{F}_{\text{tot}} = 0$) ととき、全運動量 $\vec{P}_{\text{tot}}(t)$ が保存する (運動しても一定に保たれる) ことを示せ。
 全運動量 $\vec{P}_{\text{tot}}(t)$ を各粒子の速度 $\vec{v}_1(t)$ 、 $\vec{v}_2(t)$ を用いた式で表せ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 $N_z(t) =$



$\omega(t) =$

$\phi(t) =$

_____ 回転する

問2 $N_z^{\text{重}}(t) =$

, $N_z^{\text{張}}(t) =$

$\theta(t)$ が小さいとき,

$l_z(t) =$ _____ $=$ _____

$\Omega =$ _____ [_____], $f =$ _____ [_____], $T =$ _____ [_____]

問3 $X =$

$X =$ _____ , $Y =$ _____

棒の重心は左端から $x_1 =$ _____ , $X =$ _____

問4 _____ の法則より _____ から

重心の運動方程式 _____ より $\vec{F}_{\text{tot}} = 0$ のとき,

$\vec{P}_{\text{tot}}(t) =$

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,
 それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。