

[ 第5回目 ] 角運動量 2

今日の授業の目標 回転の運動方程式の応用

等速円運動 (半径  $r$ , 角速度  $\omega$ , 速さ  $v$ )

速さ  $v = r\omega$

向心力のモーメント  $N = 0$

$$l = mr^2\omega = mr^2\dot{\theta} = \text{一定}$$

角運動量保存則

物体に働く力のモーメントが  $\vec{N}(t) = 0$  ならば

$$\frac{dl(t)}{dt} = 0 \quad l(t) = \text{一定} \quad (\text{時間変化しない})$$

単振り子 (質量  $m$ , 糸の長さ  $R$ , 振れ角  $\theta$ )

運動方程式  $mR^2 \frac{d\omega(t)}{dt} = N_z(t) \quad \left[ \text{角速度: } \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \right]$

重力のモーメント:  $N_z(t) = -R \cdot mg \cdot \sin\theta(t)$ , 慣性モーメント:  $I = mR^2$

学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [ 第6回目 ] 重心の運動 (教科書 96~97 ページ, 99~101 ページ)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第5回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 月は地球の周りを約 28 日かけて 1 周 ( $2\pi$  [rad]) する (月の公転という)。

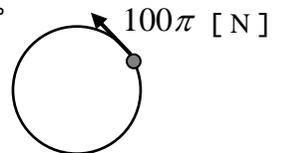
- A... 月の公転周期を 28 日として, 公転する角速度の大きさ  $\omega$  を数値で求めよ。(単位は [rad/s])
- A... 月の公転を半径  $r = 380000$  [km] の円運動とみなしたとき, 月の速さ  $v$  を数値で求めよ。
- A... 月を質量  $m = 7.35 \times 10^{22}$  [kg] の粒子と考えたとき, 月の運動量の大きさ  $p$  を数値で求めよ。
- B... 月の公転の角運動量の大きさ  $l$  を数値で求めよ。

問2 長さ  $a$  の糸で結ばれ, 中心  $O$  の周りを速さ  $v_1$  で等速円運動している質量  $m$  の粒子がある。

- B... 中心  $O$  から糸を引き寄せ, 長さを  $a/2$  とした。このときの質点の速さ  $v_2$  を  $v_1$  で表せ。
- B... 半径が  $a/2$  となったときの粒子の運動エネルギー  $K_2$  は  $K_1$  の何倍か。糸を引き寄せる力がした仕事  $W$  を,  $K_1$  を用いて表せ。

問3 水平面に置かれた半径 10.0 [m] の円形のレール上を, 質量 5.0 [kg] の粒子が運動する。粒子には, 一定の大きさ 40.0 [N] の力が, レールの接線に沿って上から見て反時計回りに回転させる向きに働いている。  $t = 0$  のときに, 粒子の回転角は  $\phi(0) = 0$  [rad], 角速度は  $\omega(0) = 0$  [rad/s] であった。鉛直上向きを  $z$  軸の正の向きとする。

- B... 力のモーメントの  $z$  成分  $N_z(t)$  を求めよ。
- B... 粒子の回転の運動方程式を立て, 角加速度  $d\omega(t)/dt$  を求めよ。
- B... 角速度  $\omega(t)$ , 回転角  $\phi(t)$  の特解を求めよ。



A... 問4 関数電卓などを使って次の量を計算せよ。(有効数字 3 桁で求めよ)

$\theta = 1^\circ$  のときの  $\sin\theta$        $1^\circ$  を [rad] 単位で表せ       $\theta = 1$  [rad] のときの  $\sin\theta$   
 $1$  [rad] を度 ( $^\circ$ ) 単位で表せ。       $\theta = 0.1$  [rad] のときの  $\sin\theta$

B... 問5 教科書 117 ページ演習問題 B の問題 2 (a)~(f)までを答えよ。[d-1]は各自確認し記入不要。

(訂正:  $\theta(t)$  の単位を [m] [rad], 物体の速度  $v_x(t) =$  物体の速さ  $v(t)$ )

B... 問6  $g = 9.80$  [m/s<sup>2</sup>] として, 糸の長さが  $R = 150$  [cm] の振り子の周期  $T$  を数値で求めよ。

解答用紙 ( 曜 限 ) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は , 答えにも必ず単位をつける ! 指示がない限り MKS 単位系で答えること !

問 1  $\omega =$  [ ]

$v =$  [ ]

$p =$  [ ]

$l =$  [ ]

問 2

問 3  $N_z(t) =$  [ ]

$\omega(t) =$  [ rad/s ] ,  $\phi(t) =$  [ rad ]

問 4  $\sin 1^\circ =$   $1^\circ =$  [ rad ]  $\sin 1 =$

$1 \text{ rad} =$   $^\circ$   $\sin 0.1 =$

問 5 (a)  $\theta_0 =$  [ rad ] ,  $\omega_0 =$  [ ] ( ヒント :  $l_z(t)$  は微分を使って表す )

(b)  $N_z(t) =$  [ ]

$l_z(t) =$  [ ] ←

回転の運動方程式 より ,

$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$  (c)  $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$

(d)  $\theta(t) = A \cos( [ ] \cdot t + \alpha )$  [ rad ]

速さ  $v(t) =$  [ ]

(e)  $A \cos \alpha =$  ,  $A \sin \alpha =$  ,  $A =$  [ ] ,  $\alpha =$  [ rad ]

$\theta(t) =$  (f)  $T =$  [ ]

問 6  $T =$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分 ,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。