

[第11回目] 抵抗力を受ける場合の落下運動

今日の授業の目標 重力とともに**抵抗力**が働く場合の運動

気体や液体中を運動する物体に働く抵抗力 (空気抵抗など)

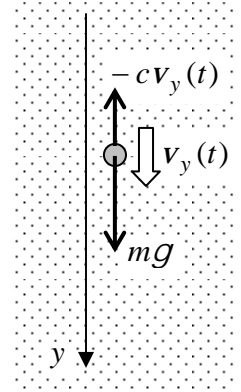
$$f_x(t) = -c v_x(t)$$

物体が運動している方向を x 軸とする。

運動を妨げるように運動方向 (速度) と逆向きに作用する。

抵抗力を受ける場合の落下運動の運動方程式とその解 [終端速度]

運動方程式: $ma_y(t) = mg - c v_y(t)$ 鉛直下向きを y 軸とする



加速度: $a_y(t) = g - \frac{c}{m} v_y(t)$ $\frac{dv_y(t)}{dt} = -\frac{c}{m} \left(v_y(t) - \frac{mg}{c} \right)$ ($q = \frac{c}{m}$ とおく)

$$\frac{d}{dt} \left(v_y(t) - \frac{mg}{c} \right) = -q \left(v_y(t) - \frac{mg}{c} \right) \quad v_y(t) = \frac{mg}{c} + A e^{-qt} \quad \left(\frac{de^{ax}}{dx} = a \cdot e^{ax} \right)$$

初期条件として, $t=0$ の速度が $v_x(0) = v_0 = 0$ のとき,

解: $v_y(t) = \frac{mg}{c} (1 - e^{-qt})$, 終端速度 $v_y(\infty) = \frac{mg}{c}$ $\left[F_x(\infty) = mg - c v_y(\infty) = 0 \text{ よ!} \right]$

次回予定 [第12回目] 減衰振動 (教科書 153 ~ 155 ページまで)

レポート問題 第12回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- A... 問1 質量 M , 固定軸から重心までの距離 R , 慣性モーメント I の剛体振り子について, 回転の運動方程式を振れ角 $\phi(t)$ を用いて書け。
- B... 質量 M の一様な剛体球 (半径 r) を長さ l の針金でつるしたボルダ振り子の慣性モーメント I を, 球の重心のまわりの慣性モーメント $I' = (2/5)Mr^2$ と, 平行軸の定理を用いて求めよ。
- B... 振れ角が小さい場合に を解き, 解から剛体振り子の周期 T を, M, R, I, g で表せ。
- B... との結果から, 重力加速度の大きさ g を T, M, l, r を用いた式で表せ。
- B... ボルダの振り子の実験から g を決めるためには, 何を測定すればよいか書け。

問2 地球を, 質量 $M_E = 5.974 \times 10^{24}$ [kg], 半径 $R_E = 6.370 \times 10^6$ [m] の完全な球と考える。

高度 h にある物体には万有引力 $F_{\bar{w}} = G \frac{mM_E}{(R_E + h)^2}$ が働く ($G = 6.673 \times 10^{-11}$ [N·m²/kg²])

- A... 地表 ($h = 0$ m) に $m = 1$ [kg] の粒子を置く。地球からの万有引力の大きさ $F_{\bar{w}}$ を求めよ。
- A ~ C... 赤道上の地表においた $m = 1$ [kg] の粒子に働く遠心力の大きさ $F_{\text{遠}} = mr\omega^2$ を求めよ (ω は地球が自転する角速度, r は地軸からの距離)。遠心力は で求めた万有引力の約何%か。
- B... 北極の地表上においた $m = 1$ [kg] の粒子に働く遠心力の大きさ $F_{\text{遠}}$ を求めよ。
- C... 赤道にある $h = 6370$ [m] の山の頂上に $m = 1$ [kg] の粒子を置く。 $h = 0$ のときより, 万有引力の大きさ $F_{\bar{w}}$ は約何%小さくなるか, 遠心力の大きさ $F_{\text{遠}}$ は約何%大きくなるか。
- B... 問3 質量 $m = 2.0$ [kg] の物体が, 速度 $v(t)$ に比例する空気抵抗を受けながら落下する。抵抗力の係数を $c = 0.50$ [N·s/m] とする。 $t = 0$ のとき静かに物体を放した。鉛直下向きを x 軸の正として, 物体の運動方程式を立てよ。加速度 $a_x(t)$ を式で求めよ。初め速度 $v_x(t)$ は増加するか減少するか。十分時間が経過したとき加速度 $a_x(t)$ はどうなるか。十分時間が経過したときの物体の速度 (終端速度) $v_y(\infty)$ を数値で求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1

$$I =$$

問 2 $F_{\text{万}} =$ [N]

$$\omega =$$
 []

$$F_{\text{遠}} =$$
 []

約 _____ % $F_{\text{遠}} =$ []

問 3 運動方程式: _____, 加速度:

初め $v_x(0) =$ _____ で, $a_x(0) =$ _____ だから, 速度 $v_x(t)$ は 減少・増加 する。すると加速度は減少し, 十分に時間が経過 ($t \rightarrow \infty$) すると $a_x(\infty) =$ _____ になる。したがって運動方程式より十分に時間が経過すると, _____ = $mg - cv_x(\infty)$ 。

$$v_x(\infty) =$$
 []

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,
それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。