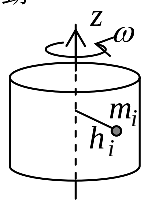
［第９回目］剛体の運動方程式

≪今日の授業の目標≫　**変形しない物体（理想化）→ 剛体**

◎ 剛体の運動方程式　剛体の運動 ＝ 重心の運動　＋　重心のまわりの回転運動



$$M\frac{\mathrm{d}^2\vec{R}_{\mathrm{tot}}(t)}{\mathrm{d}t^2}=\vec{F}_{\mathrm{tot}}(t)$$ ：重心の運動方程式

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}'_{\mathrm{tot}}(t)}{\mathrm{d}t}=\vec{N}'_{\mathrm{tot}}(t)$$ ：重心のまわりの回転の運動方程式

◎ 慣性モーメント I' ⇒ 全角運動量　$L'_{\mathrm{tot}}(t)=I'\cdot\omega(t)$ （ただし球や円板のような形の場合）

$$\boxed{I'=\sum_{i=1}^{n}m_ih_i^{\,2}}=\sum_{i=1}^{n}m_i(x_i^{\,2}+y_i^{\,2})=\int\mathrm{d}m\cdot(x^2+y^2)\ \ [\mathrm{kg\cdot m^2}]$$

○　剛体の運動エネルギー　＝ 回転運動のエネルギー　＋　重心運動のエネルギー

$$K\quad=\quad\frac{1}{2}I'\omega^2\quad+\quad\frac{1}{2}MV^2$$

学習到達目標 (4) 回転の運動方程式と**慣性モーメントの意味を理解できる。**

次回予定［第１０回目］剛体のつりあい（教科書 133 ページまで）

＊＊

レポート問題　第９回目（右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい）

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問１　重心 G を通る自転軸（z 軸）のまわりの剛体の回転運動について考える。剛体は z 軸に対して回転対称な形をしているとする。

A… ①　z 軸のまわりでの角運動量 $L'_{\mathrm{tot}}(t)$ を慣性モーメント I' と角速度 $\omega(t)$ を用いて表せ。

B… ②　力のモーメント $N'_z(t)$ が作用しているとき， z 軸のまわりの剛体の回転の運動方程式を, 角速度 $\omega(t)$ を用いた式で書け。慣性モーメント I' は何を表しているか。

B… 問２　$m_1=3.0$［kg］の粒子 A と $m_2=2.0$［kg］の粒子 B を長さ 0.50［m］の軽い棒でつないだバトンがある。このバトンが重心を通ってバトンに垂直な軸（z 軸）のまわりで自転する。

① 粒子 A と粒子 B の重心からの距離 h_{A} と h_{B} をそれぞれ数値で求めよ。

② このバトンの z 軸のまわりで慣性モーメント I' を数値で求めよ。

B… 問３　フィギュア・スケートで，スケーターが真直ぐに立ち腕を広げた状態で，一定の角速度 ω_1 でスピン（自転）していた。そのままの姿勢でスケーターが腕を体に密着させると慣性モーメント I' が 1/2 になった。摩擦や空気抵抗は無視できる。重心は移動しないとして考えよ。

① スケーターの角運動量 $L'_{\mathrm{tot}}(t)$ について保存則は成り立つか（$L'_{\mathrm{tot}}(t)$ は一定か)。

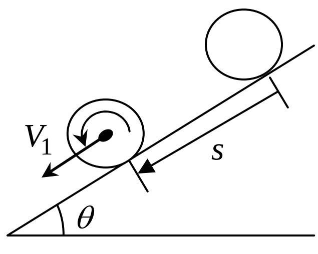
② スケーターの角速度は何倍になったか。

問４　超伝導を用いて磁気浮上させた円盤を高速で回転させ，余剰エネルギーを回転運動のエネルギーとして貯蔵する，フライホイールエネルギー貯蔵システムという研究がある。

B… ①　回転運動のエネルギー K を慣性モーメント I' と角速度 ω を用いて表せ。

C… ②　1 kWh の余剰エネルギーを 1 分間で 2.0×10^4 回転(2.0×10^4 rpm)する円盤に貯蔵させたい。必要な円盤の慣性モーメント I' の値を求めよ。

B～C… 問５　半径 R で質量 M の球（$I'=(2/5)MR^2$）を，傾斜角 θ の斜面に初速 $V_0=0$ で静かに置いた。斜面を s ［m］滑らずに転がった後の球の速度 V_1 を，力学的エネルギー保存則から求めよ。滑らずに転がるとき，重心のまわりの角速度 $\omega(t)$ と速度 $V(t)$ には $V(t)=R\cdot\omega(t)$ の関係がある。



解答用紙　（　　曜　　限）学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける！指示がない限り MKS 単位系で答えること！

問１①　$L'_{\mathrm{tot}}(t) =$

②　　　　　　　　　　　　　　　，慣性モーメントは＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿を表す。

問２①　　　　　　　　　　　　　　　$\therefore h_{\mathrm{A}} =$　　　［　　］，$h_{\mathrm{B}} =$　　　［　　］

②$I' =$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［　　　］

問３①　重心のまわりでの外力のモーメントは＿＿＿と考えられるから，

角運動量 $L'_{\mathrm{tot}}(t)$ は＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

②$L'_{\mathrm{tot}}(t) =$　　　　　　　と表せるから，$I'_2 = I'_1 / 2$ になると，変化後の角速度 ω_2 は,

$\therefore \omega_2 / \omega_1 =$＿＿＿＿倍

問４

①　$K =$

②　貯える運動エネルギーは，$K = 1$［kWh］＝1×10^3［W］×3600［s］＝　　　　［　　］

円盤の角速度は，$\omega = \dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} =$　　　　　　　　　　　　［rad/s］

$\therefore I' =$

問５　回転運動も含めた剛体の運動エネルギー K は，M，V，I'，ω を用いて

$K =$

とあらわされる。これに $V = R \cdot \omega$ の関係を用いて整理し，K を M，V のみで表せば，

$K =$

となる。この K の式と，重力による位置エネルギー $U =$　　　　　を用いて，s［m］滑り降りた位置を高さの基準（$h = 0$）として，力学的エネルギー保存則の式を立てる。

$\therefore V_1 =$

（回転しないで滑り降りた場合と比較してみよ。）

☆このレポートをやるのに　＿＿＿時間＿＿＿分,

それ以外に力学IIの予習復習を　＿＿＿時間＿＿＿分した。