

[第7回目] 多粒子系(質点系)の回転1

考える内容 多粒子系の運動 (重心の運動) + (重心の周りの相対運動)

今日の授業の目標

回転の運動方程式:
$$\frac{d\vec{L}_{\text{tot}}(t)}{dt} = \vec{N}_{\text{tot}}(t) \quad \left[\text{全角運動量: } \vec{L}_{\text{tot}}(t) = \vec{l}_1(t) + \dots + \vec{l}_N(t) \right]$$

角運動量保存則:
$$\vec{N}_{\text{tot}}(t) = 0 \text{ のとき } \vec{L}_{\text{tot}} = \text{一定} \quad (\text{例: 外力が中心力})$$

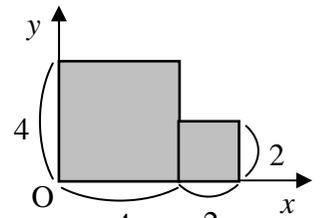
学習到達目標(5) 回転の運動方程式と慣性モーメントの意味を理解できる。

次回予定 [第8回目] 多粒子系(質点系)の回転2 (教科書 123~125 ページ)

レポート問題 第7回目(右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

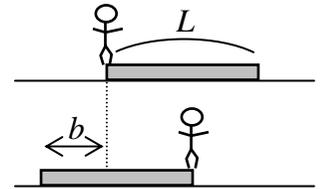
B... 問1 右の図のように、1辺4.0[m]の正方形Aと1辺2.0[m]の正方形Bの様な2枚の板が置いてある。同じ材質でできており、1[m²]あたり0.50[kg]である(0.50[kg/m²])。板Aおよび板Bの重心の座標をそれぞれ求めよ。



2つの板を一体と見なしたときの重心の座標を求めよ。

B... 問2 ある物体(多粒子系)が初め静止している場合($\vec{V}(0) = 0$), 内力のみが働き、全外力がゼロならば、重心の位置は移動しない $X(t) = \text{一定} (= X(0))$ であることを示せ。

C... 滑らかな水平面上に置かれた質量 M で長さ L の棒の上を、質量 m の人間が、左端から右端まで静かに移動すると、棒は左側に b だけ移動する。の結論を用いて、棒の移動量 b を求めよ。



問3 (勘違いしやすい問題)

質量 m_1, m_2 の2つの粒子を両端に結び付けた軽い糸を、滑らかな滑車にかけて静かに放した。糸は伸び縮みせず、滑車の円周上を摩擦なくすべる。鉛直下向きを x 軸とし、各粒子の座標を x_1, x_2 とする。

- A... 各粒子について運動方程式を立てよ。加速度の成分 a_1, a_2 , 張力の大きさを T とする。
- B... 2つの粒子の加速度の大きさが等しい(向きは逆)ことを用いて、張力の大きさ T を求めよ。
- C... 各粒子の加速度、および重心の加速度を求めよ。

A... 問4 N 粒子系の回転の運動方程式を、全角運動量 $\vec{L}_{\text{tot}}(t)$ と外力のモーメントの和 $\vec{N}_{\text{tot}}(t)$ を用いて書け。

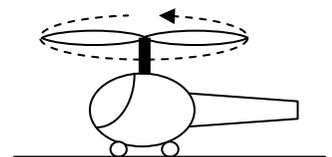
B... N 粒子系に働く外力のモーメントの和 $\vec{N}_{\text{tot}}(t)$ がゼロのとき、時間変化せず一定となる量は何か。

問5 滑らかな水平面上に、羽根が回転していないヘリコプターが静止している。(簡単にするため空気は無視して考える。)

B... 羽根が回転せず静止しているときのヘリコプターの全角運動量 \vec{L}_{tot} を求めよ。

B... ある時刻に羽根が上からみて反時計回りに回転を始めた。羽根の角運動量ベクトル \vec{l}_B の向きを右の図に示せ。(ヒント: 右ねじ)

C... ヘリコプターに働く外力のモーメントの和がゼロであることから、角運動量保存則を用いて、本体の角運動量 \vec{l}_A を \vec{l}_B で表せ。本体は上から見てどちら回りに回転するか。



解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 板 A の重心 $(x_A, y_A) = (\quad , \quad)$, 板 B の重心 $(x_B, y_B) = (\quad , \quad)$

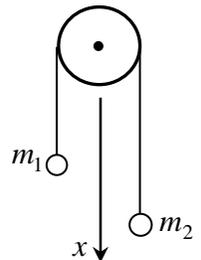
全体の重心 $X = \quad , Y = \quad$

問2 外力の和がゼロの場合は, 1 個の粒子と同様に, 重心は _____ しつづけるか, _____ 運動をつづける。初め静止しているので, 重心の位置は _____
初めの棒位置の左端を原点として, 人間の移動前と移動後で重心の位置 X_G が移動しないという式をつくると,

$$b =$$

問3

粒子 m_1 : _____, 粒子 m_2 : _____



$$a_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2} =$$

$$a_2 \text{ は } a_1 \text{ と向きが逆だから, } a_2 = \frac{d^2 x_2}{dt^2} =$$

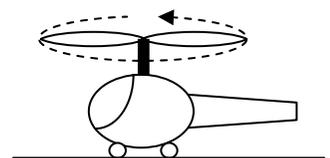
$$\text{重心の} \frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}}{m_1 + m_2} =$$

問4 回転の運動方程式:

問5 $\vec{L}_{\text{tot}} =$

$$\vec{l}_A =$$

上から見て _____ 回り



このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,
それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。