

[ 第5回目 ] 角運動量 2

今日の授業の目標 回転の運動方程式の応用

等速円運動 (半径  $r$ , 角速度  $\omega$ , 速さ  $v$ )

速さ  $v = r\omega$

向心力のモーメント  $N = 0$

$$l = mr^2\omega = mr^2\dot{\theta} = \text{一定}$$

角運動量保存則

物体に働く力のモーメントが  $\vec{N}(t) = 0$  ならば

$$\frac{dl(t)}{dt} = 0 \quad l(t) = \text{一定} \quad (\text{時間変化しない})$$

単振り子 (質量  $m$ , 糸の長さ  $R$ , 振れ角  $\theta$ )

運動方程式  $mR^2 \frac{d\omega(t)}{dt} = N_z(t) \quad \left[ \text{角速度: } \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \right]$

重力のモーメント:  $N_z(t) = -R \cdot mg \cdot \sin\theta(t)$ , 慣性モーメント:  $I = mR^2$

学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [ 第6回目 ] 重心の運動 (教科書 112~118 ページ)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第4回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 月は地球の周りを約 28 日かけて 1 周 ( $2\pi$  [rad]) する (月の公転という)

- A... 月の公転周期を 28 日として、公転する角速度の大きさ  $\omega$  を数値で求めよ。(単位は [rad/s])
- A... 月の公転を半径  $r = 380000$  [km] の円運動とみなしたとき、月の速さ  $v$  を数値で求めよ。
- A... 月を質量  $m = 7.35 \times 10^{22}$  [kg] の粒子と考えたとき、月の運動量の大きさ  $p$  を数値で求めよ。
- B... 月の公転の角運動量の大きさ  $l$  を数値で求めよ。

問2 長さ  $a$  の糸で結ばれ、中心  $O$  の周りを速さ  $v_1$  で等速円運動している質量  $m$  の粒子がある。

- B... 中心  $O$  から糸を引き寄せ、長さを  $a/2$  とした。このときの質点の速さ  $v_2$  を  $v_1$  で表せ。
- B... 半径が  $a/2$  となったときの粒子の運動エネルギー  $K_2$  は  $K_1$  の何倍か。糸を引き寄せる力がした仕事  $W$  を、 $K_1$  を用いて表せ。
- C... 半径  $a$  で円運動しているときの粒子の運動エネルギー  $K_1$  を、 $m$ ,  $a$  およびそのときの角速度  $\omega_1$  を用いた式で表せ。

A... 問3 関数電卓などを使って次の量を計算せよ。(有効数字 3 桁で求めよ)

$\theta = 1^\circ$  のときの  $\sin \theta$        $1^\circ$  を [rad] 単位で表せ       $\theta = 1$  [rad] のときの  $\sin \theta$   
 $1$  [rad] を度 ( $^\circ$ ) 単位で表せ。       $\theta = 0.1$  [rad] のときの  $\sin \theta$

B... 問4 教科書 90 ページの演習問題 2 を答えよ

B... 問5 糸の長さが  $R = 150$  [cm] のとき、振り子の周期  $T$  の値を数値で求めよ。

教科書訂正 89 ページ (23.4) 式  $\theta(t) = A \cos(\Omega t + \alpha)$ ,  $\Omega = \sqrt{g/R}$

その 3 行下  $\omega(t) = -\Omega \cdot A \sin(\Omega t + \alpha)$       下から 7 行目

その 2 行下  $\begin{cases} A \cos \alpha = \theta_0 \\ -\Omega \cdot A \sin \alpha = \omega_0 \end{cases} \quad \begin{cases} A = \sqrt{\theta_0^2 + (\omega_0/\Omega)^2} \\ \tan \alpha = -\omega_0/(\Omega\theta_0) \end{cases} \quad \Omega = \sqrt{g/R}$

さらに一般的には,  
 中心力(常に中心向きに働く性質をもつ力)  
 万有引力, クーロン力など  
 ・力のモーメント = 0  
 ・中心力による運動は, 角運動量が一定

解答用紙 ( 曜 限 ) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は , 答えにも必ず単位をつける ! 指示がない限り MKS 単位系で答えること !

問 1  $\omega =$  [ ]

$v =$  [ ]

$p =$  [ ]

$l =$  [ ]

問 2

問 3

$\sin 1^\circ =$   $1^\circ =$  [ rad ]  $\sin 1 =$

$1 \text{ rad} =$   $\circ$   $\sin 0.1 =$

問 5 (a)  $\theta_0 =$  [ rad ]  $\omega_0 =$  [ ]

(b)  $N_z(t) =$  [ ]

$l_z(t) =$  [ ]

(  $l_z(t)$  のヒント :  $\omega(t)$  を微分を使って表す )

$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$

(c)  $\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} =$

(d)  $\theta(t) = A \cos( [ ] \cdot t + \alpha )$

$A \cos \alpha =$  ,  $A \sin \alpha =$

$A =$  [ ] ,  $\alpha =$  [ rad ]

(e)  $\theta(t) =$

問 5  $T =$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分 ,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。