

[第9回目] 質点系の力学2 (回転の運動方程式, 全角運動量保存の法則)

考える内容 n 体系 (大きさのある物体) の運動 (重心の運動) + (重心の周りの相対運動)

今日の授業の目標

- n 体系の重心運動

重心 (質量中心):

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + \dots + m_n}$$

重心の運動方程式: $M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}_{全}^{外}$ (全質量: $M = m_1 + \dots + m_n$)

(全) 運動量保存則: $\vec{F}_{全}^{外} = 0$ のとき $\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{一定}$

学習到達目標 (4) 重心の定義とその運動方程式の意味を理解できる。

回転の運動方程式: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}_{全}^{外}$ (全角運動量: $\vec{L} = \vec{l}_1 + \dots + \vec{l}_n$)

(全) 角運動量保存則: $\vec{N}_{全}^{外} = 0$ のとき $\vec{L} = \vec{l}_1 + \dots + \vec{l}_n = \text{一定}$ (例: 外力が中心力)

学習到達目標 (5) 回転の運動方程式と慣性モーメントの意味を理解できる。

次回予定 [第10回目] 剛体の力学1 (教科書 68 ページまで)

レポート問題 第9回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 一直線上での衝突で, 非弾性衝突の場合を考える。このときは, 反発係数 $e = 1$ である。

反発係数の式 $e = -(v_1' - v_2') / (v_1 - v_2)$ から $v_1' - v_2' = -e v_1 + e v_2 \dots (1)$

A... 質量 m_1 と m_2 の2つの物体が, それぞれ速度 v_1, v_2 で衝突し, 衝突後に v_1' と v_2' になった。運動量保存則を表す式を書け。[式(2)とする。]

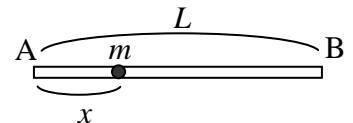
B... 式(1)と(2)を v_1' と v_2' についての連立方程式と考え, 衝突後の速度 v_1' と v_2' を求めよ。

B... $e = 0$ の場合, 静止している質量 M の物体2 ($v_2 = 0$) に, 同じ質量 M をもつ物体1が, 速度 v_1 で正面衝突した ($m_1 = m_2 = M$)。衝突後の速度 v_1' と v_2' を求めよ。

C... の問題で, 衝突の前後で失われた運動エネルギー ΔK を求めよ。

B... 問2 体重 M の人が質量 m の石を持ち, なめらかな水平面上で静止していた。水平右向きを x 軸とする。石を水平左向きに速度 $-v$ で投げると, 人が速度 u で右向きに運動を始めた。速度 u を求めよ。[問2.11の答の前半を参照]

B... 密度が一樣である質量 M で長さ L の棒 \overline{AB} に, 端 A から x の位置に質量 m の質点を取り付けた。重心の位置 X を端 A からの距離で表せ。(端 A を x 軸の原点にとって計算する。)



B... 質点系が初め静止している場合, 内力のみが働き, 全外力がゼロならば, 重心の位置は移動しない。このことを用いて, 教科書の問2.12の板の移動量 b を求めよ。

A... 問3 n 体系の回転の運動方程式を書け。

角速度 ω で半径 r の等速円運動している質量 m の粒子1個の, 角運動量の大きさ l を式で表せ。

B... n 体系に働く外力のモーメントの総和 $\vec{N}_{全}^{外}$ がゼロのとき, 時間変化せず一定となる量は何か。

問4 原子番号 Z の原子内の Z 個の電子は, 互いにクーロン反発力 (内力) を及ぼしながら, 原子核 ($q = +Ze$ [C]) からのクーロン引力 (外力) を受けて, その周りを運動する Z 体系である。

B... Z 個の電子系の全角運動量 \vec{L} が一定となる理由を, クーロン力の特徴から説明せよ。

C... その中の1個の電子の角運動量 \vec{l}_i は一定になるか, ならないか。またその理由も述べよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1

$$v_1' = \quad , \quad v_2' =$$

$$\Delta K =$$

問 2

$$X =$$

問 3

$$l =$$

問 4

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,
それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。