

[第8回目] 質点系の力学1 (重心の運動方程式と運動量保存則)

考える内容 質点(大きさを無視) 大きさのある現実の物体を扱うには

今日の授業の目標 力を及ぼし合いながら運動する複数の質点の運動

2体系(質点  $m_1, m_2$ ) の場合 (衝突, 太陽系, 原子内の電子など)

重心(質量中心):	$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$	全外力のみ(重心運動に内力は効かない)
重心の運動方程式:	$M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}_{全}^{外}$	
運動量保存則:	$\vec{F}_{全}^{外} = 0 \text{ のとき } \vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{一定}$	$\left[ \vec{P} : \text{全運動量} \right]$

学習到達目標(4) 重心の定義とその運動方程式の意味を理解できる。

次回予定 [第9回目] 質点系の力学2 (教科書 140 ページまで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第8回目(右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

B... 問1 質点  $m_1$  と  $m_2$  の2体系の重心運動について

重心の運動方程式に,  $m_1$  と  $m_2$  の間には働く力(内力)が現れない理由を書け。

重心の運動方程式から, 外力が働いていないか全外力がゼロ ( $\vec{F}_{全}^{外} = 0$ ) とき, 全運動量  $\vec{P}$  が保存する(運動しても一定に保たれる)ことを示せ。

全運動量  $\vec{P}$  を各質点の速度  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  を用いた式で表せ。

B... 問2 質量が無視できる長さ 5 [m] の棒がある。左の端  $x_1 = 0$  [m] に  $m_1 = 2$  [kg] のおもりを, 右の端  $x_2 = 5$  [m] に  $m_2 = 3$  [kg] のおもりを取りつけた。重心 G の座標  $X$  を求めよ。

$m_1 = 2$  [kg] と  $m_2 = 3$  [kg] の2つの質点が平面内を運動している。質点  $m_1$  と  $m_2$  の平面内の座標が, それぞれ  $\vec{r}_1 = (x_1, y_1) = (1, 2)$  と  $\vec{r}_2 = (x_2, y_2) = (4, 6)$  であるとき, 重心 G の座標  $\vec{R} = (X, Y)$  を求めよ。(  $m_1$  と  $m_2$  とを結ぶ線分 AB の重心 G の位置は, の答えと同じ関係になっていることを図を書いて確認せよ。)

長さ  $L = 6$  [m], 質量  $m_1 = 4$  [kg] の一様な棒に, 左端から  $x_2 = 5$  [m] の位置に  $m_2 = 6$  [kg] の小さなおもりを取りつけた。重心の棒の左端から距離  $X$  を数値で求めよ。(一様な棒の重心の位置は中点である。)

B... 問3 質量  $m_1$  と  $m_2$  の2つの物体が, 一直線上 ( $x$  軸上) で衝突する場合を考える。

速度  $v_1, v_2$  で衝突し, 衝突後にそれぞれ  $v_1'$  と  $v_2'$  になった。運動量保存則を表す式を書け。弾性衝突 ( $e = 1$ ) の場合 (2.13) 式を用いて,  $v_1'$  と  $v_2'$  が式 (2.16) となることを示せ。

(a) 同じ質量 ( $m_1 = m_2 = m$ ) の物体が, 同じ速さ ( $v_1 = v > 0, v_2 = -v < 0$ ) で正面衝突した場合, (b) 静止している同じ質量の物体 2 ( $v_2 = 0, m_2 = m_1 = m$ ) に向かって, 物体 1 が速度  $v_1 = v$  で衝突した場合, (c) 静止している非常に重い物体 2 ( $v_2 = 0, m_2 = \infty$ ) に向かって, 物体 1 が速度  $v_1$  で正面衝突した場合, のそれぞれについて  $v_1'$  と  $v_2'$  を求めよ。

問4 質量  $m_1, m_2$  の2つの質点を両端に結び付けた軽い糸を, 滑らかな滑車にかけて静かに放した。糸は伸び縮みせず, 滑車の円周上を摩擦なくすべる。鉛直下向きを  $x$  軸とする。

A... 各質点について運動方程式をつくれ。座標を  $x_1, x_2$ , 張力の大きさを  $T$  とする。

B... 2つの質点の加速度の大きさが等しいことを用いて, 張力の大きさ  $T$  を求めよ。

C... 各質点の加速度および重心の加速度を求めよ。

解答用紙 ( 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 \_\_\_\_\_ の法則より \_\_\_\_\_ から

重心の運動方程式 \_\_\_\_\_ より  $\vec{F}_{全}^{外} = 0$  のとき,

$$\vec{P} =$$

問2  $X =$

$$X = \quad , Y =$$

棒の重心は左端から  $x_1 =$  \_\_\_\_\_ ,  $X =$

問3

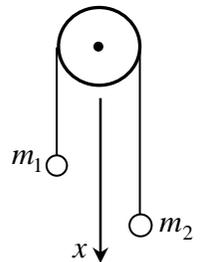
$$(a) v'_1 = \quad , v'_2 =$$

$$(b) v'_1 = \quad , v'_2 =$$

$$(c) v'_1 = \quad , v'_2 =$$

問4

質点  $m_1$  : \_\_\_\_\_ , 質点  $m_2$  :



$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{d^2 x_2}{dt^2} =$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}}{m_1 + m_2} =$$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。