

[ 第 4 回目 ] 回転の運動方程式の応用

考える内容 円運動, 単振り子の問題に回転の運動方程式を用いる。

今日の授業の目標

円運動 (半径  $r$ , 角速度  $\omega$ , 速さ  $v$ )

速度  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ , 速さ  $v = r\omega$

向心力の力のモーメント  $N = 0$

$$l = mr^2\omega = mr^2\dot{\theta} = \text{一定}$$

中心力 (中心向きまたはその逆向きの力)  
 万有引力, クーロン力など  
 ・力のモーメント = 0  
 ・中心力だけなら, 角運動量は一定

単振り子 (質量  $m$ , 糸の長さ  $R$ )

運動方程式  $I \frac{d\omega_z}{dt} = N_z$   $\left[ \text{角速度: } \omega_z = \frac{d\theta}{dt} \right]$

慣性モーメント:  $I = mR^2$       重力の力のモーメント:  $N_z = -R \cdot mg \cdot \sin \theta$

学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [ 第 5 回目 ] 減衰振動 (教科書 104 ページまで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第 4 回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

**数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!**

- 問 1 月は地球の周りを約 28 日かけて 1 周 ( $2\pi$  [rad]) する (月の公転という)。
- A... 月の公転周期を 28 日として, 公転する角速度の大きさ  $\omega$  を数値で求めよ。(単位は [rad/s])
  - A... 月の公転を半径  $r = 380000$  [km] の円運動とみなしたとき, 月の速さ  $v$  を数値で求めよ。
  - A... 月を質量  $m = 7.35 \times 10^{22}$  [kg] の粒子と考えたとき, 月の運動量の大きさ  $p$  を数値で求めよ。
  - B... 月の慣性モーメント  $I$  を数値で求めよ。月の公転の角運動量の大きさ  $l$  を数値で求めよ。
- B... 問 2 回転の運動方程式から, 物体に働く力のモーメントが  $\vec{N} = 0$  のとき, 角運動量は  $\vec{l} = \text{一定}$  となることを示せ。
- 万有引力の特徴から, 太陽のまわりを公転する惑星の角運動量が一定であることを示せ。
- 問 3 長さ  $a$  の糸で結ばれ, 中心  $O$  の周りを速さ  $v_1$  で等速円運動している質量  $m$  の粒子がある。
- 中心  $O$  から糸を引き寄せ, 長さを  $a/2$  とした。このときの質点の速さ  $v_2$  を  $v_1$  で表せ。
- 速さ  $v_1$  で円運動する粒子の運動エネルギー  $K_1$  を, 慣性モーメント  $I$  と角速度  $\omega_1$  を用いた式で表せ。また, のように糸の長さを  $a/2$  とするとき, 糸を引き寄せる力は仕事をしたか。
- A... 問 4 関数電卓などを使って次の量を計算せよ。(有効数字 3 桁で求めよ)
- $\theta = 1^\circ$  のときの  $\sin \theta$        $1^\circ$  を [rad] 単位で表せ       $\theta = 1$  [rad] のときの  $\sin \theta$   
 1 [rad] を度 ( $^\circ$ ) 単位で表せ。       $\theta = 0.1$  [rad] のときの  $\sin \theta$
- 問 5 糸の長さ  $R$  の「単振り子」を, 回転の運動方程式を用いて解け。[ 問 1.109 を参考に ]
- B... 教科書のように座標軸 ( $x, y, z$  軸) をとり, おもりが右と左それぞれに振れている場合を図示せよ。図中に振れ角  $\theta$  (反時計回りを正), 重力  $m\vec{g}$ , 位置ベクトル  $\vec{r}$  を書き込め。
  - C... 力のモーメントベクトル  $\vec{N}$  の向きを, それぞれの図に記号  $\cdot$   $\otimes$  を用いて書き込め。
  - B... (向きを表す) 符号をふくめた力のモーメント  $N_z$  を式で表せ。慣性モーメント  $I$  を式で表せ。角速度  $\omega_z$  を振れ角  $\theta$  を時間で微分した式で表せ。
  - B... 教科書の式 (1.229) との結果を用いて, 回転の運動方程式を立てよ。
  - A... 振れ角  $\theta$  が小さいときの回転の運動方程式を求めよ。([rad] 単位で  $\theta \ll 1$  のとき  $\sin \theta \approx \theta$ )
  - A... の一般解  $\theta = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t + \alpha\right)$  から, 周期  $T$  を  $g$  と  $R$  の式で表せ。
  - A... 糸の長さが  $R = 150$  [cm] のとき, 振り子の周期  $T$  の値を求めよ。

解答用紙 ( 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1  $\omega =$  [ ]

$v =$  [ ]

$p =$  [ ]

$I =$  [ ]

$l =$  [ ]

問2

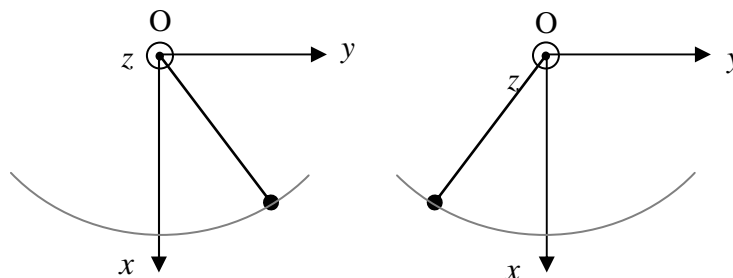
問3

問4

$\sin 1^\circ =$   $1^\circ =$  [ rad ]  $\sin 1 =$

$1 \text{ rad} =$   $^\circ$   $\sin 0.1 =$

問5



$N_z =$

$I =$

$\omega_z =$

$T =$

$T =$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。