

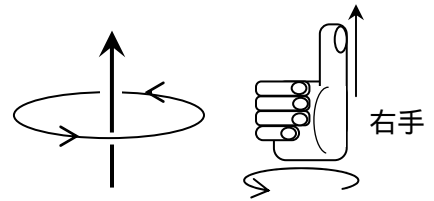
[ 第3回目 ] 角運動量と回転の運動方程式

考える内容

- ・ 回転運動を表すには? 運動方程式の変形その3

今日の授業の目標

角運動量 (ベクトル): 回転運動のいきおい



$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v}) \quad \text{単位 [ kg \cdot m^2/s ] = [ J \cdot s ]} \quad ( l = rp \sin \theta = rmv \sin \theta )$$

ベクトルの向き: 回転軸の向き (回転方向に右ねじを回すと進む向き)

角速度  $\omega = \frac{d\phi}{dt}$  単位 [ rad/s ] (  $\phi$  は回転角 )

角速度ベクトル  $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$  (  $z$  軸は回転軸,  $\vec{e}_z$  は  $z$  軸の向きを表す単位ベクトル )

慣性モーメント  $I = mr^2$  単位 [ kg \cdot m^2 ] : 回しにくさ

角運動量  $\vec{l} = I\vec{\omega}$  大きさは  $l = I\omega = mr^2\omega$

回転の運動方程式 (力のモーメントが作用すると角運動量が変化する)

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{N} \quad \text{または} \quad I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{N}$$

学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [ 第4回目 ] 回転の運動方程式の応用 (教科書 99 ページ 5 行目まで)

\*\*\*\*\*

レポート問題 第3回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- B... 問1 自由に回転できる蝶番<sup>ちようつがい</sup>で一方の端を壁に固定した幅  $L = 0.5 \text{ m}$ , 質量  $M = 1 \text{ kg}$  の棚がある。この棚のもう片方の端を壁から針金で吊って水平にした。重力は棚の中心に働く。棚と針金がなす角度が  $45^\circ$  のとき, 棚を吊る針金の張力  $F$  を数値で求めよ。(解答用紙の図を参照)

- 問2 原点  $O$  のまわりを回転運動している質量  $m$  の質点がある。質点の位置ベクトルを  $\vec{r}$ , 速度を  $\vec{v}$ , 質点に作用する力を  $\vec{F}$  とする。 $\vec{r}$  と  $\vec{F}$  がなす角を  $\theta_1$ ,  $\vec{r}$  と  $\vec{v}$  がなす角を  $\theta_2$  とする。

- A... 力のモーメント  $\vec{N}$  を外積を用いて表し, その大きさ  $N$  を,  $r$  と  $F$  と  $\theta_1$  を用いて表せ。力のモーメントの単位を答えよ。

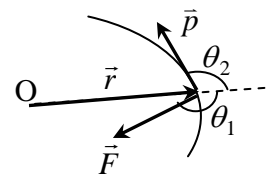
- A... 運動量  $\vec{p}$  を  $m$  と  $\vec{v}$  の式で表せ。また, 運動量の単位を答えよ。

- B... 角運動量  $\vec{l}$  を,  $\vec{r}$  と  $\vec{p}$  の外積を用いて表し, その大きさ  $l$  を,  $r$  と  $p$  と  $\theta_2$  を用いて表せ。また, 角運動量の単位を答えよ。

それぞれが図に示した向きの場合,  $\vec{N}$  と  $\vec{l}$  の向きをそれぞれ,  $\odot$  または  $\otimes$  で表せ。

- B... 回転の運動方程式を, 角運動量  $\vec{l}$  と力のモーメント  $\vec{N}$  を用いた形で書け。

- A... 質点の運動方程式を, 運動量  $\vec{p}$  と力  $\vec{F}$  を用いた形で書け。



- 問3 地球は 24 時間かけて地軸のまわりを 1 回転 ( $2\pi$  [rad] 回転) する (地球の自転という)。

- B... 地球が自転する角速度の大きさ  $\omega$  を求めなさい。(単位は rad/s)

- A... 太陽が東から上って西に沈むのは, 地球の自転のためである。北極側から見たとき, 地球の自転は, 時計回りか, 反時計回りか。(図を書いて考えよ。)

- B... その結果から, 自転の角速度ベクトル  $\vec{\omega}$  の向きを求めよ。[ 北か南か。右ねじが進む向き ]

- B... 地球は 1 秒間で  $\omega$  [rad] だけ回転する。地球の赤道半径を  $r$  として, 赤道の上に立っている人間が 1 秒間で移動する距離すなわち速さ  $v$  を,  $r$  と  $\omega$  の式で表せ。

- B... 地球の赤道半径を  $r = 6400 \text{ km}$  として, 赤道の上に立っている人間の速さ  $v$  を数値で求めよ。

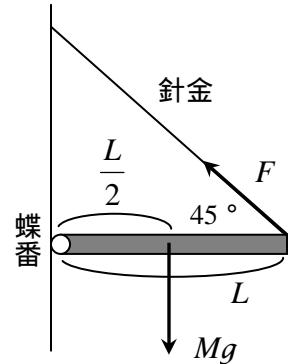
- B... 人間の体重が  $m = 60 \text{ kg}$  のとき, 赤道の上の人間の角運動量の大きさ  $l$  を数値で求めよ。

解答用紙 ( 曜 限 ) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 重力の力のモーメントと張力の力のモーメントの大きさが等しいとき, 柵はつり合って動かない。それぞれの大きさを文字式で表すと

$N_{\text{重力}} =$  \_\_\_\_\_ ,  $N_{\text{張力}} =$  \_\_\_\_\_  
 $N_{\text{張力}} = N_{\text{重力}}$  より



$F =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

問2

$\vec{N} =$  \_\_\_\_\_ , 大きさ  $N =$  \_\_\_\_\_ 単位 [ \_\_\_\_\_ ]

$\vec{p} =$  \_\_\_\_\_ 単位 [ \_\_\_\_\_ ]

$\vec{l} =$  \_\_\_\_\_ , 大きさ  $l =$  \_\_\_\_\_ 単位 [ \_\_\_\_\_ ]

$\vec{N}$  の向き :  ,  $\vec{l}$  の向き :

問3  $\Delta t = 24$  [h] = \_\_\_\_\_ [s]の間に,

地球は  $\Delta\phi = 2\pi$  [rad]だけ回転する。  $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

北向き・南向き      どちらか選ぶ

$v =$  \_\_\_\_\_

$v =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

$l =$  \_\_\_\_\_ [ \_\_\_\_\_ ]

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。