

[第8回目] 質点系の力学1 (重心の運動方程式, 運動量保存則)

考える内容 質点 (大きさを無視) 大きさのある現実の物体を扱うには
今日の授業の目標

- 力を及ぼし合いながら運動する複数の質点の運動 (衝突, 太陽系, 原子内の電子など)
2体系 (質点 m_1, m_2) の場合

重心 (質量中心):	$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$	全外力 (重心運動に内力は効かない) $\left[\text{全質量: } M = m_1 + m_2 \right]$
重心の運動方程式:	$M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}_{\text{全}}^{\text{外}}$	
運動量保存則:	$\vec{F}_{\text{全}}^{\text{外}} = 0 \text{ のとき } \vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{一定}$	$\left[\vec{P} : \text{全運動量} \right]$

学習到達目標 (4) 重心の定義とその運動方程式の意味を理解できる。

次回予定 [第9回目] 質点系の力学2 (教科書 140 ページまで)

レポート問題 第8回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

A... 問1 質点 m_1 と m_2 の2体系の運動について (教科書と同じ文字を使用せよ)

重心 (質量中心) の位置ベクトル \vec{R} を \vec{r}_1, \vec{r}_2 を用いた式で表せ。

重心の x 座標 X を x_1, x_2 を用いた式で表せ。

全外力を $\vec{F}_{\text{全}}^{\text{外}}$ として, 重心の運動方程式を, $\vec{R}, \vec{V}, \vec{P}$ を用いた3通りの形で書け。

全外力が働いていない ($\vec{F}_{\text{全}}^{\text{外}} = 0$) ととき, 保存する量 (必ず一定となる量) は何か。

全運動量 \vec{P} を, 重心の速度 \vec{V} を用いた式, および各質点の速度 \vec{v}_1, \vec{v}_2 を用いた式で表せ。

B... 問2 重心 (質量中心) について

質量が無視できる長さ 5 m の棒がある。左の端 $x_1 = 0$ m に $m_1 = 2$ kg のおもりを, 右の端 $x_2 = 5$ m に $m_2 = 3$ kg のおもりを取りつけた。重心 G の位置を表す座標 X を求めよ。

$m_1 = 2$ kg と $m_2 = 3$ kg の2つの質点が平面内を運動している。質点 m_1 と m_2 の平面内の座標が, それぞれ $\vec{r}_1 = (x_1, y_1) = (1, 2)$ と $\vec{r}_2 = (x_2, y_2) = (4, 6)$ であるとき, 重心 G の座標 $\vec{R} = (X, Y)$ を求めなさい。 (m_1 と m_2 とを結ぶ線分 AB の重心 G の位置は, の答えと同じ関係になっていることを図を書いて確認せよ。)

B... 問3 質量 m_1 と m_2 の2つの物体が, 一直線上で衝突する場合を考える。

速度 v_1, v_2 で衝突し, 衝突後にそれぞれ v'_1 と v'_2 になった。運動量保存則を表す式を書け。

弾性衝突 ($e = 1$) の場合 (2.13) 式を用いて, v'_1 と v'_2 が式 (2.16) となることを示せ。

(a) 同じ質量 ($m_1 = m_2 = m$) の物体が, 同じ速さ ($v_1 = -v_2 = v$) で正面衝突した場合,

(b) 静止している非常に重い物体 2 ($v_2 = 0, m_2 = \infty$) に向かって, 物体 1 が速度 v_1 で正面衝突した場合, のそれぞれについて v'_1 と v'_2 を求めよ。

問4 質量 m_1, m_2 の2つの質点を両端に結び付けた軽い糸を, 滑らかな滑車にかけて静かに放した。糸は伸び縮みせず, 滑車の円周上を摩擦なくすべる。鉛直下向きを x 軸とする。

A... 各質点について運動方程式をつくれ。座標を x_1, x_2 , 張力の大きさを T とする。

B... 2つの質点の加速度の大きさが等しいことを用いて, 張力の大きさ T を求めよ。

C... 各質点の加速度および重心の加速度を求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1

$$\vec{R} = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}} \quad X = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}}$$

$\vec{F}_{全}^{外} = 0$ のとき, _____ が保存する (一定になる)

$$\vec{P} = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}} = \boxed{\phantom{\hspace{10em}}}$$

問 2

$$X =$$

$$X = \quad , \quad Y =$$

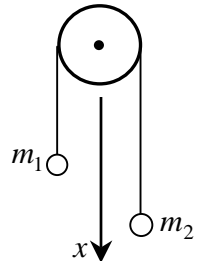
問 3

$$(a) \quad v'_1 = \quad , \quad v'_2 =$$

$$(b) \quad v'_1 = \quad , \quad v'_2 =$$

問 4

質点 m_1 : _____ , 質点 m_2 :



$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -\frac{d^2 x_2}{dt^2} =$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2}}{m_1 + m_2} =$$

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。