

[第4回目] 回転の運動方程式の応用

考える内容 円運動, 単振り子の問題に回転の運動方程式を用いる。

今日の授業の目標

円運動 (半径 r , 角速度 ω , 速さ v)

速度 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, 速さ $v = r\omega$

向心力の力のモーメント $N = 0$

$$l = mrv = mr^2\omega = \text{一定}$$

中心力 (中心向きまたはその逆向きの力)
 万有引力, クーロン力など
 ・力のモーメント = 0
 ・中心力だけなら, 角運動量は一定

単振り子 (質量 m , 糸の長さ l)

運動方程式 $I \frac{d\omega_z}{dt} = N_z$ } [角速度: $\omega_z = \frac{d\theta}{dt}$]

慣性モーメント: $I = ml^2$ 重力の力のモーメント: $N_z = -l \cdot mg \cdot \sin\theta$

学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [第5回目] 減衰振動 (教科書 104 ページまで)

レポート問題 第4回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- A... 問1 月は地球の周りを約 28 日かけて 1 周 (2π [rad]) する (月の公転という)
 月の公転周期を 28 日として, 公転する角速度の大きさ ω を数値で求めよ。(単位は rad/s)
 月の公転を半径 $r = 380000$ km の円運動とみなしたとき, 月の速さ v を数値で求めよ。
 月を質量 $m = 7.35 \times 10^{22}$ kg の質点とみなしたとき, 月の運動量の大きさ p を数値で求めよ。
 月の慣性モーメント I を数値で求めよ。月の公転の角運動量の大きさ l を数値で求めよ。
- B... 問2
 回転の運動方程式から, 質点に働く力のモーメントが $\vec{N} = 0$ のとき, 角運動量は $\vec{l} = \text{一定}$ となることを示せ。
 万有引力の特徴から, 太陽のまわりを公転する惑星の角運動量が一定であることを示せ。
 長さ l の糸で結ばれ, 中心 O の周りを速さ v で等速円運動している質量 m の質点がある。
 中心から糸を引き寄せ, 長さを $l/2$ とした。このときの質点の速さを v で表せ。
- A... 問3 関数電卓などを使って次の量を計算せよ。(3桁で求めよ)
 $\theta = 1^\circ$ のときの $\sin\theta$ 1° を rad 単位で表せ $\theta = 1$ rad のときの $\sin\theta$
 1 rad を度 ($^\circ$) 単位で表せ。 $\theta = 0.1$ rad のときの $\sin\theta$
- 問4 「単振り子」の問題を, 回転の運動方程式を用いて解け。[問 1.109 を参考に]
- B... 座標軸を, 鉛直下向きに x 軸, 水平向かって右向きに y 軸, 水平手前向きに z 軸にとり, 右に振れている場合と, 左に振れている場合とを, それぞれ図示せよ。その図の中に振れ角 θ (右に振れたときを正とする), 重力(ベクトル) $m\vec{g}$, 質点の位置ベクトル \vec{r} を書き込め。
- C... 力のモーメントベクトル \vec{N} の向きを, それぞれの図に記号 \cdot \otimes を用いて書き込め。
- B... (向きを表す) 符号をふくめた力のモーメント N_z を式で表せ。慣性モーメント I を式で表せ。角速度 ω_z を θ の微分で表せ。
- B... 教科書の式 (1.229) との結果を用いて, 回転の運動方程式を立てなさい。
- A... 振れ角 θ が小さいときの回転の運動方程式を求めよ。(rad 単位で $\theta \ll 1$ のとき $\sin\theta \approx \theta$)
- A... の一般解 $\theta = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \alpha\right)$ から, 周期 T を g と l の式で表せ。
- A... 糸の長さが $l = 150$ cm のとき, 振り子の周期 T の値を求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問 1

$\omega =$ []

$v =$ []

$p =$ []

$I =$ []

$l =$ []

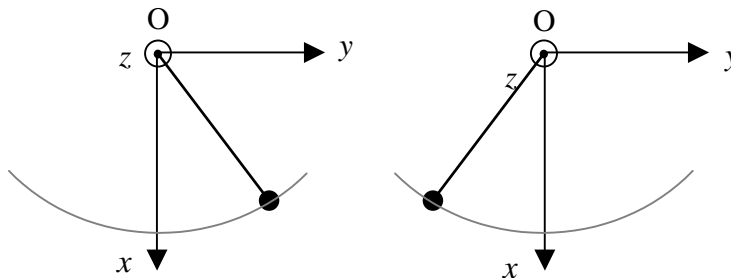
問 2

問 3

$\sin 1^\circ =$ $1^\circ =$ [rad] $\sin 1 =$

$1 \text{ rad} =$ $^\circ$ $\sin 0.1 =$

問 4



$N_z =$

$I =$

$\omega_z =$

$T =$

$T =$

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。