

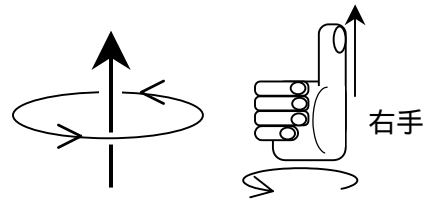
[第3回目] 角運動量と回転の運動方程式

考える内容

- ・ 回転運動を表すには? 運動方程式の変形その3

今日の授業の目標

角運動量 (ベクトル): 回転運動のいきおい



$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v}) \quad \text{単位 [kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}] = [\text{J} \cdot \text{s}] \quad (l = rp \sin \theta = rmv \sin \theta)$$

ベクトルの向き: 回転軸 (回転方向に右ねじを回すと進む向き)

角速度 $\omega = \frac{d\phi}{dt}$ 単位 [rad/s] (ϕ は回転角)

角速度ベクトル $\vec{\omega} = \omega \vec{e}_z$ (z 軸は回転軸, \vec{e}_z は z 軸の向きを表す単位ベクトル)

慣性モーメント $I = mr^2$ 単位 [kg \cdot m²] : 回しにくさ

角運動量 $\vec{l} = I\vec{\omega}$ 大きさは $l = I\omega = mr^2\omega$

回転の運動方程式 (力のモーメントが作用すると角運動量が変化する)

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{N} \quad \text{または} \quad I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{N}$$

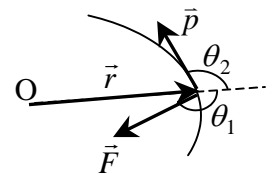
学習到達目標 (2) 角運動量と力のモーメントの関係がわかる。

次回予定 [第4回目] 回転の運動方程式の応用 (教科書 99 ページ 5 行目まで)

レポート問題 第3回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

- B... 問1 自由に回転できる蝶番^{ちようつがい}で一方の端を壁に固定した幅 $L = 0.5 \text{ m}$, 質量 $M = 1 \text{ kg}$ の棚がある。この棚のもう片方の端を壁から針金で吊って水平にした。重力は棚の中心に働く。棚と針金がなす角度が 45° のとき, 棚を吊る針金の張力 F を数値で求めよ。(解答用紙の図を参照)
- 問2 原点 O のまわりを回転運動している質量 m の質点がある。質点の位置ベクトルを \vec{r} , 速度を \vec{v} , 質点に作用する力を \vec{F} とする。 \vec{r} と \vec{F} がなす角を θ_1 , \vec{r} と \vec{v} がなす角を θ_2 とする。



- A... 力のモーメント \vec{N} を外積を用いて表し, その大きさ N を, r と F と θ_1 を用いて表せ。力のモーメントの単位を答えよ。
- A... 運動量 \vec{p} を m と \vec{v} の式で表せ。また, 運動量の単位を答えよ。
- B... 角運動量 \vec{l} を, \vec{r} と \vec{p} の外積を用いて表し, その大きさ l を, r と p と θ_2 を用いて表せ。また, 角運動量の単位を答えよ。
- B... 回転の運動方程式を, 角運動量 \vec{l} と力のモーメント \vec{N} を用いた形で書け。
- A... 質点の運動方程式を, 運動量 \vec{p} と力 \vec{F} を用いた形で書け。

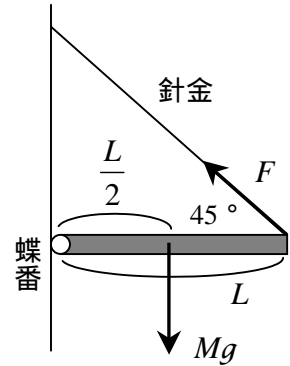
問3 地球は 24 時間かけて地軸のまわりを 1 回転 (2π [rad]) する (地球の自転という)。

- B... 地球が自転する角速度の大きさ ω を求めなさい。(単位は rad/s)
- A... 太陽が東から上って西に沈むのは, 地球の自転のためである。北極側から見たとき, 地球の自転は, 時計回りか, 反時計回りか。(図を書いて考えよ。)
- B... の結果から, 自転の角速度ベクトル $\vec{\omega}$ の向きを求めよ。[右ねじが進む向き]
- B... 地球は 1 秒間で ω [rad] だけ回転する。地球の赤道半径を r として, 赤道上に立っている人間が 1 秒間で移動する距離すなわち速さ v を, r と ω の式で表せ。
- B... 地球の赤道半径を $r = 6400 \text{ km}$ として, 赤道上に立っている人間の速さ v の値を求めよ。
- B... 人間の体重が $m = 60 \text{ kg}$ のとき, 赤道上の人間の角運動量の大きさ l の値を求めよ。

解答用紙 (曜 限) 学籍番号 _____ 氏名 _____

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!

問1 重力と張力の力のモーメントのつり合いから



問2

$\vec{N} =$ _____ , 大きさ $N =$ _____ 単位 [_____]

$\vec{p} =$ _____ 単位 [_____]

$\vec{l} =$ _____ , 大きさ $l =$ _____ 単位 [_____]

問3

$\Delta t = 24$ [h] =

[s]の間に, 地球は $\Delta\phi = 2\pi$ [rad]だけ回転する。

$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} =$ _____ [_____]

北向き・南向き

どちらか選ぶ

$v =$

$v =$ _____ [_____]

$l =$ _____ [_____]

このレポートをやるのに _____ 時間 _____ 分,

それ以外に力学 の予習復習を _____ 時間 _____ 分した。