

[第12回目] 実体振り子と平行軸の定理

今日の授業の目標

慣性モーメントの例

質量  $M$  で長さ  $L$  の一様な棒 (回転軸が重心を通過して棒に垂直)  $I_G = \frac{1}{12} ML^2$

質量  $M$  で半径  $R$  の一様な円板 (回転軸が重心を通過して円板に垂直)  $I_G = \frac{1}{2} MR^2$

質量  $M$  で半径  $R$  の一様な球 (回転軸が球の重心を通る)  $I_G = \frac{2}{5} MR^2$

平行軸の定理 (実際の回転運動 = 固定軸のまわりの重心の回転 + 重心のまわりの剛体の回転)

$$I = I_G + Ma^2$$

$$\left[ \text{ボルダの振り子: } I = \frac{2}{5} Mr^2 + M(l+r)^2 \right]$$

実体振り子 周期  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgd}}$

学習到達目標 (6)

実体振り子(剛体振り子)の原理を理解できる。

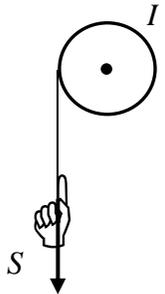
次回予定 [第13回目] 剛体のころがり運動とまとめ

\*\*\*\*\*

レポート問題 第12回目 (右側の半分の解答用紙を切り取って提出しなさい)

数値で計算する問題は、答えにも必ず単位をつける! MKS 単位系で答えること!

問1 右の図のように、慣性モーメント  $I$  で半径  $a$  の円盤状の滑車の円周に沿って軽い糸が巻いてある。糸の端を一定の力  $S$  で引くと、糸の張力で滑車が回転を始めた。糸と滑車は滑らないとし、回転軸との摩擦などは無視できるとする。



- A... 滑車に働く糸の張力  $S$  を図に書け。張力  $S$  のモーメント  $N$  を求めよ。
- B... 滑車の角速度を  $\omega$  として、回転の運動方程式を立てよ。
- B...  $\omega(t)$  を求めよ。  $t=0$  で  $\omega(0)=0$  であることを用いよ。
- B... 滑車の回転の運動エネルギー  $K$  を  $I, \omega$  で表せ。
- B...  $S = 10 \text{ N}, I = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, a = 0.3 \text{ m}$  のとき、  $t = 5 \text{ s}$  後の角速度  $\omega(t = 5)$  と滑車の回転の運動エネルギー  $K$  を数値で求めよ。

問2 長さ  $L$ 、質量  $M$  の一様な棒が、棒の端を通り棒に垂直な軸のまわりを回転するときの、慣性モーメント  $I$  を次の方法で求めよ。

- B... 重心のまわりの慣性モーメント  $I_G = \frac{1}{12} ML^2$  と平行軸の定理を用いて。 C... 定義から計算。

問3 ボルダ振り子について考える。

- A... 慣性モーメント  $I$  の実体振り子の回転の運動方程式を書け。 [式(2.68)]
- B... 全質量  $M$  の一様な剛体球 (半径  $r$ ) の慣性モーメント  $I = \frac{2}{5} Mr^2$  と、平行軸の定理 (式 2.76) を用いて、長さ  $l$  の針金でつるしたボルダ振り子の慣性モーメント  $I$  を求めよ。
- B... の回転運動の解から実体振り子の周期  $T$  を求めよ。
- B... との結果から、重力加速度の大きさ  $g$  を  $T, M, l, r$  を用いた式で表せ。
- B... ボルダの振り子の実験から  $g$  を決めるためには、何を測定すればよいか書け。

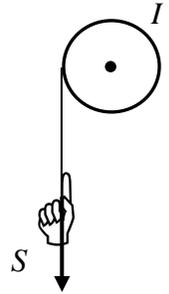
問4 質量  $M$  で半径  $R$  の一様な円板を、円周を通り円板に垂直な固定軸のまわりで振らせる

- B... 慣性モーメント  $I$  を平行軸の定理を用いて求めよ。重心のまわりの慣性モーメントは  $I_G = \frac{1}{2} MR^2$  である。

- B... 振れ角が小さい場合、周期  $T$  を  $M, R, g$  を用いた式で表せ。

解答用紙 ( 曜 限) 学籍番号 \_\_\_\_\_ 氏名 \_\_\_\_\_

数値で計算する問題は, 答えにも必ず単位をつける! 指示がない限り MKS 単位系で答えること!  
問 1



問 2 平行軸の定理より

$$I =$$

単位長さ当りの棒の密度を  $\lambda = \frac{M}{L}$  [ kg/m ] とおくと, 微小区間  $dx$  の質量は  $dm = \lambda dx$  と表せるので, 慣性モーメント  $I$  は,

$$\begin{aligned} I &= \sum m_i x_i^2 = \int_0^L dm \cdot x^2 = \int_0^L \lambda dx \cdot x^2 \\ &= \frac{M}{L} \int_0^L x^2 dx = \end{aligned}$$

問 3

$$I =$$

問 4  $I =$ 

$$T =$$

このレポートをやるのに \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分,

それ以外に力学 の予習復習を \_\_\_\_\_ 時間 \_\_\_\_\_ 分した。